Ausg. B.

Die Absolutorialaufgaben in Bayern.

1. Lieferung.

Aufgaben
aus der
Mathematik und Naturwissenschaft
an den
humanistischen Gymnasien Realgymnasien und Realschulen Bayerns.

Als Uebungsstoff für den Repetitionsunterricht
zusammengestellt
von
Joseph Ducrue
königl. Rektor der Realschule Kissingen.

Dritte vermehrte Auflage.
(Ergänzt bis incl. 1887.)

Würzburg.
Druck u. Verlag der Stahel'schen Univers.-Buch- u. Kunsthandlung.
1887.

Preis Mk. 1.—.

Jede Lieferung ist einzeln käuflich.

Die Absolutorialaufgaben

aus den

mathematischen & naturwissenschaftlichen Fächern

an den

humanistischen Gymnasien, Real-Gymnasien und Real-Schulen Bayerns.

Als Übungsstoff für den Repetitionsunterricht

zusammengestellt

von

Joseph Ducrue,

königl. Rektor der Realschule Kissingen.

Dritte Auflage.

Würzburg 1887.

Druck u. Verlag der Stahel'schen Univ.-Buch- u. Kunsthandlung.

Vorbemerkung.

Die Aufgaben für die schriftliche Absolutorialprüfung an den bayerischen humanistischen und Realgymnasien sowie an den Realschulen werden nach den dermalen in Geltung stehenden Schulordnungen vom Königl. Staatsministerium des Innern für Kirchen- und Schulangelegenheiten festgesetzt und an die Rektorate der einzelnen Anstalten in verschlossenen Couverten versandt, deren Eröffnung erst unmittelbar vor Beginn der zur Bearbeitung bestimmten Zeit in Gegenwart der Abiturienten vorzunehmen ist.

Inhalt.

I. Abschnitt.

Humanistische Gymnasien.

1854. № 1. Es soll das Produkt:

$$(3\,b - 5\,b\,\sqrt[6]{a^5 b} - 7\,a\,b\,\sqrt[3]{a^2 b}) \,.\, (6\,\sqrt{a\,b} + 2\,a\,\sqrt[3]{a\,b^2} - 8\,a^2\,\sqrt[6]{a\,b^5})$$

in eine algebraische Summe verwandelt werden.

2. Es soll der Ausdruck:

$$\frac{1{,}07395^8 + 1{,}7\,\sqrt[5]{3{,}468}}{9 - \sqrt{49{,}35322}} = x$$

logarithmisch berechnet werden.

3. Man zeichne ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck, in welchem die Hypotenuse gleich einer gegebenen Linie ist. Auflösung und Beweis.

4. Ein rechtwinkliges Dreieck kann man durch ein aus dem Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefälltes Perpendikel in zwei Dreiecke zerlegen, welche sowohl unter sich als dem ganzen Dreiecke ähnlich sind; warum? und welche Folgerungen ergeben sich hieraus?

1855. 5. Es sollen aus den Gleichungen:

$$y + 1 = 2\,x - 2$$
$$x + 1 = 3\,y - 3$$

die Werte für x und y bestimmt werden.

6. Wie heißt die Summe der Reihe:

$$1102 + 1103 + \ldots 17263\,?$$

7. Es soll ein Perpendikel auf eine Ebene gefällt werden von einem Punkte außerhalb der Ebene.

Auflösung und Beweis.

1856. 8. Es sind zwei Seiten des einen Dreiecks zweien Seiten des andern Dreiecks gleich und der Winkel, welcher der größeren Seite gegenüberliegt, ist dem entsprechenden Winkel im andern Dreieck gleich. Es soll die Kongruenz dieser zwei Dreiecke nachgewiesen werden.

9. Zwei Kreise können sich niemals so schneiden, daß die Peripherie eines jeden unter ihnen durch die Durchschnittspunkte halbiert wird.

10. Es soll bewiesen werden, daß die zwei Durchschnittslinien einer Ebene mit zwei einander parallelen Ebenen selbst parallel sind.

1857. 11. Es soll aus den Gleichungen:

$$\frac{3x - 2y}{5} = \frac{x + 3y}{6} - 1$$

$$\frac{3}{3x - 4y + 1} = \frac{5}{x + y - 5}$$

der Wert für x und y bestimmt werden.

12. In einer arithmetischen Progression lautet das letzte Glied $8\frac{1}{6}$, die Differenz $\frac{1}{3}$ und die Summe der Glieder $101\frac{1}{2}$; wie viele Glieder zählt die Progression und wie heißt das Anfangsglied?

13. Durch eine Gerade, welche zu einer Seite eines Dreiecks parallel ist, werden die beiden anderen Seiten dieses Dreiecks geschnitten; was folgt hieraus rücksichtlich der auf den geschnittenen Seiten gebildeten Abschnitte und warum?

14. Wie groß ist die Oberfläche eines geraden Kegels, dessen Höhe 34′ beträgt und dessen Grundfläche einen Radius hat, welcher 10′ lang ist?

15. In einem rechtwinkligen Dreiecke ist die Hypotenuse = 327′, einer der beiden spitzen Winkel = 38^0 18′ 22″; wie lange sind die beiden Katheten dieses Dreiecks?

(14 und 15 alternativ.)

1858. 16. Aus den Gleichungen:

$$a (x - y) + b (x + y) = 0$$
$$(x + y) (a^2 - b^2) = 2a$$

sollen die Werte für x und y bestimmt werden.

17. Welchen Wert hat x, wenn

$\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 1} = 1$ gegeben ist?

18. In welchem Größenverhältnisse stehen zwei ähnliche Dreiecke, und wie kann die Richtigkeit desselben nachgewiesen werden?

19. Eine Pyramide wird durch eine zur Grundfläche parallele Ebene geschnitten; wie verhält sich die hiedurch entstandene Durchschnittsfigur sowohl rücksichtlich ihrer Form als ihrer Größe zur Grundfläche der Pyramide und warum?

1859. 20. Es soll das Produkt:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{10}) (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{10}) (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{10}) (\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{10})$$

in eine algebraische Summe verwandelt und auf den einfachsten Ausdruck gebracht werden.

21. Es sollen aus der Gleichung:

$$(x - a) (x - b) = 2 (a - b)^2$$

die Werte für x bestimmt werden.

22. Es soll ein Kreis in das Dreieck beschrieben werden. Auflösung und Beweis.

23. Steht die eine von zwei Parallelen auf einer Ebene senkrecht, so steht auch die andere senkrecht.

1860. 24. Es soll die Gleichung:

$$\frac{x(x+2)}{a+b} + \frac{a-b}{ab} = \frac{(a+b)x}{ab}$$

aufgelöst werden.

25. Wie viele Glieder hat eine geometrische Progression, in welcher das erste Glied $= 1^1/_3$, das letzte $= 3{,}804157$ und die Summe aller Glieder $= 28{,}512394$ ist?

26. Es ist zu beweisen, daß ähnliche Dreiecke sich wie die Quadrate gleichliegender Seiten verhalten.

27. Man soll eine Gleichung ableiten, nach welcher der Cosinus der Hälfte eines Winkels berechnet werden kann, wenn der Cosinus des ganzen Winkels gegeben ist.

28. Aus einem außerhalb einer Ebene gegebenen Punkte auf diese Ebene ein Perpendikel zu fällen.
Auflösung und Beweis.

1861. 29. Aus den Gleichungen:

$$x + y = z + 3b$$
$$a(2x - z) = b(3y + z) + 6b^2$$
$$\frac{6b}{a} + \frac{2y - z}{b} = \frac{3x - z}{a}$$

die Werte x, y, z zu bestimmen.

30. Durch einen Punkt der Peripherie eines Kreises ist eine Tangente gezogen und soweit verlängert, bis sie von einer verlängerten Sehne (Sekante) dieses Kreises geschnitten wird; welche Proportion ergibt sich aus dieser Konstruktion und warum?

31. Die Summe zweier Kantenwinkel eines körperlichen Dreiecks (eines dreiseitigen körperlichen Winkels) ist größer als der dritte Kantenwinkel. Beweis.

32. Eine Gleichung herzuleiten, durch welche aus drei Seiten eines Dreiecks die Winkel desselben berechnet

werden können, und diese Gleichung auf die Berechnung jenes Winkels anzuwenden, welcher in einem Dreiecke, dessen Seiten 521, 440, 279 Fuß lang sind, der kleinsten dieser Seiten gegenüberliegt.

1862. 33. Welchen Werth hat x in der Gleichung:

$$\frac{3x + 1}{4x - 6} + \frac{7x + 2}{6x + 9} = \frac{8x^2 - 3x + 3}{4x^2 - 9}$$

34. In welchem Größenverhältnisse stehen Centri- und Peripheriewinkel, welche beide auf dem nämlichen Bogen aufstehen, und warum?

35. In einer abgekürzten Pyramide sind die beiden Begränzungsflächen G und g und der Abstand dieser beiden Ebenen von einander = a; man soll den Ausdruck herleiten, welcher den kubischen Inhalt dieses Körpers angibt?

36. An einem zweiarmigen Hebel, welcher 4 ℔ wiegt, seinen Schwerpunkt in der Mitte hat und von dessen Armen der eine 7″, der andere 11″ lang ist, wirkt am Endpunkte des längeren Armes eine Kraft = 5 ℔ in einer Richtung, welcher mit dem Hebelarm einen Winkel von 71^0 bildet. Wenn nun an dem Endpunkte des kürzeren Hebelarmes eine Last = 9 ℔ angebracht ist, welchen Winkel muß die Richtung derselben mit dem Hebelarm machen, damit Gleichgewicht besteht?

1863. 37. Aus der Gleichung:

$$\left(\frac{4x}{a + b}\right)^2 = 4x - ab$$

den Wert von x zu bestimmen.

38. Es soll bewiesen werden, daß zwei Dreiecke ähnlich seien, wenn in denselben ein Paar Winkel gleich und die zwei Seitenpaare, welche diese Winkel einschließen, proportional sind.

39. Jedes 3-seitige Prisma kann in 3 gleiche dreiseitige Pyramiden zerlegt werden.

40. Die Richtungen von drei auf einen Punkt wirkenden Kräften $P' = 37$, $P'' = 43$ und $P''' = 59$ liegen in einer Ebene, und es ist der Winkel, den die Richtungen von P′ und P″ einschließen, $= 83^0\ 17'$, der Winkel, den die Richtungen von P″ und P‴ bilden, $= 113^0\ 39'$, mithin der Winkel, den die Richtungen von P′ und P‴ bilden, $= 163^0\ 4'$. Man soll die Größe und Richtung der Resultierenden dieser drei Kräfte bestimmen.

1864. 41. Aus der Gleichung:

$$\frac{a^2}{x - b} + \frac{b^2}{x - a} = a + b$$

soll der Wert für x bestimmt werden.

42. Wird durch einen Punkt in der Peripherie eines Kreises eine Tangente und eine Sehne gezogen, so ist der von diesen Linien gebildete Winkel jenem Peripheriewinkel gleich, welcher auf dem zwischen den Linien liegenden Bogen aufsteht. Beweis.

43. Werden zwei parallele Ebenen von einer dritten geschnitten, so bilden sie mit dieser nach jeder Seite hin gleiche Flächenwinkel. Beweis.

44. Auf einer schiefen Ebene, welche zum Horizonte unter einem Winkel von $37^0\ 12'$ geneigt ist, soll einer Last von 93 ℔ durch eine Kraft das Gleichgewicht erhalten werden, deren Richtung mit der schiefen Ebene einen Winkel von $51^0\ 33'$ macht; wie groß muß diese Kraft sein?

1865. 45. Aus der Gleichung:

$$x^2 = \frac{b\,(1 + x)}{a} - \frac{a\,(1 - x)}{b}$$

den Wert von x zu bestimmen.

46. Ein Rechteck zu zeichnen, dessen Umfang einer gegebenen Geraden $= 2p$ und dessen Inhalt einem gegebenen Quadrate $= q^2$ gleich ist.

47. In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die beiden Katheten 513′ und 386′ lang; wie groß ist der Winkel, welcher der größeren gegenüber liegt?

48. Was versteht man unter Sternzeit, wahrer und mittlerer Sonnenzeit und was unter Zeitgleichung?

1866. 49. Es sollen aus den Gleichungen:

$$(a + b)(x + y) + 1 = 0$$

$$\frac{bx - 1}{a} + \frac{ay + 3}{b} = \frac{1}{a + b}$$

die Worte von x und y berechnet werden.

50. Ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck zu zeichnen, dessen Umfang einer gegebenen Geraden gleich ist.

51. Der Flächeninhalt des Mantels eines geraden Kegels zu berechnen, wenn der Radius der Grundfläche $= r$ und die Höhe des Kegels $= h$ gegeben ist.

52. Angestellten Beobachtungen zufolge ist die Horizontalparallaxe des Mondes $= 0^0\ 57'\ 2''$ und sein scheinbarer Halbmesser $= 0^0\ 15'\ 34''$; es soll hieraus die Entfernung des Mondes vom Mittelpunkte der Erde und die Größe des Mondes berechnet werden.

1867. 53. In einer arithmetischen Progression ist die Summe des dritten und neunten Gliedes $= 18$, das Produkt des ersten und vierten Gliedes $= 16$; welches sind die ersten neun Glieder dieser Progression?

54. Es ist ein Quadrat gegeben; man soll ein Rechteck konstruieren, welches den nämlichen Inhalt, aber einen doppelt so großen Umfang hat als das gegebene Quadrat.

55. Eine Pyramide wird von einer zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten; wie verhält sich die Durchschnittsfigur sowohl rücksichtlich ihrer Form als ihrer Größe zur Grundfläche und warum?

56. An einem zweiarmigen physischen Hebel, welcher die Form eines Parallelepipedons hat, wirkt an dem Endpunkte des einen 7″ langen Armes eine Kraft = 5 ℔, an dem Endpunkte des andern 3″ langen Armes eine Kraft = 12 ℔; die Richtungen dieser Kräfte liegen in der nämlichen vertikalen Ebene und machen mit der Axe des Hebels Winkel, welche bezüglich $43^0\,53'$ und $49^0\,12'$ groß sind; wie schwer muß der Hebel sein, wenn Gleichgewicht bestehen soll?

1868. 57. An einem Trapez sind die zwei nicht parallelen Seiten halbiert und die Halbierungspunkte durch eine Gerade verbunden; welche Behauptungen gelten von dieser Geraden? Beweis.

58. Welches ist die Summe einer unendlichen geometrischen Reihe mit positiven rationalen Gliedern, für welche die Summe des ersten und dritten Gliedes = 20, des ersten und fünften Gliedes = 17 ist, und welche anderen geometrischen Reihen entsprechen diesen zwei Bedingungen?

59. Auf einen materiellen Punkt wirken 3 Kräfte, $P_1 = 3$, $P_2 = 5$ und $P_3 = 7$ und sind im Gleichgewichte. Man gebe die Bedingung an, unter welcher dies möglich ist, und bestimme die Winkel, welche die Richtungen dieser Kräfte bilden.

60. Eine Gerade ist nach stetiger Proportion (mittl. und äuß. Verhältnis) geteilt und der größere Abschnitt = a gegeben; bestimme und konstruiere diese Gerade. Beweis.

1869. 61. Bestimme die Werte einer Unbekannten aus den Gleichungen:

$$xy - \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}y\right) = 1$$
$$\frac{2}{3}z - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}y - x\right) = 2$$
$$\frac{5}{6}z - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}x - y\right) = 3$$

62. Bestimme den Radius und die Höhe eines geraden Kegels, welcher 14,5104 c' hält und dessen Mantel doppelt so groß als die Grundfläche ist.

63. An einem stumpfwinkligen Dreiecke ist eine Seite = 5, eine zweite = 6 und der Gegenwinkel der ersten Seite = 52^0; wie groß sind die zwei anderen Winkel und die dritte Seite?

64. Was versteht man unter siderischem, was unter tropischem Sonnenjahr; welches ist die Zeitdauer eines jeden und was der Grund der bestehenden Differenz? Durch welche zwei Kalender und auf welche Weise suchte man das bürgerliche mit dem tropischen Sonnenjahre in Einklang zu bringen? Was veranlaßte insbesondere die durch den Kalender neueren Stiles angestrebte Verbesserung?

1870. 65. Welche Werte der Unbekannten entsprechen der Gleichung:

$$(3x - 2)^2 - (2x - 3)^2 = 5\sqrt{x^2 + 5}$$

66. Ein Vater hinterläßt seinen 4 Kindern ein Vermögen von 16 000 fl., welche zu 5 % Zinseszinsen ausliegen; wenn nun die Kinder am Ende eines jeden Jahres 1000 fl. davon beziehen, wieviel trifft nach 8 Jahren noch auf ein Kind, da nach dieser Zeit zu gleichen Teilen geteilt werden soll?

67. Die reguläre Sechseck-Seite ist = r und die reguläre Zwölfeck-Seite = $r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$; beweise das erstere und leite den letzteren Ausdruck ab.

68. An einem geraden Kegel bildet die Seitenlinie mit der Grundfläche einen Winkel von $26^0\ 34'$. Wenn

nun dieser Kegel mit einer Kugel von 2 m Radius gleichen Inhalt hat, wie groß sind Radius und Höhe?

69. Ein Körper gelangt mit einer Geschwindigkeit von 10 Par. Fuß an eine schiefe Ebene von 1200 P. Fuß Länge; in welcher Zeit durchläuft er dieselbe, wenn ihre Neigung (sinus des Neigungswinkels) = $^1/_{90}$ ist? (g = 30 Par. Fuß.)

70. In einen gegebenen Kreis ein Rechteck zu beschreiben, dessen Umfang gleich einer gegebenen Geraden s ist. (65 u. 66, ebenso 69 u. 70 alternativ.)

1871. 71. Bestimme x aus der Gleichung:

$$0{,}04^x \sqrt[5]{32768^{x+1}} = 3{,}2\sqrt{2}$$

72. Wie lange müssen 3000 fl. zu 5 % Zinseszins ausstehen, um zu einem Kapital anzuwachsen, welches zu 5 % jährlich 300 fl. Zins trägt?

73. Eigenschaften des Parallelepipeds bezüglich der Grundflächen, Seitenflächen und Flächenwinkel?

74. Welche Folgerungen ergeben sich, wenn man im rechtwinkligen Dreieck vom Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse die Senkrechte fällt?

75. Die Oberfläche der heißen Zone ist zu berechnen.

76. Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit = 315′ senkrecht aufwärts geworfen; welche Höhe erreicht derselbe und in welcher Zeit die Höhe von 1200′? (g = 30′.)

(71 u. 72, sowie 73 u. 74 alternativ)

1872. 77. Welche Werte berechnen sich für die Unbekannte aus der Gleichung:

$$\sqrt{x + \sqrt{10}} + \sqrt{x - \sqrt{10}} = \sqrt{6x - 11}$$

und sind wohl beide Werte zulässig?

78. Wenn man alle Permutationsformen der Komplexion $4^3\ 5^2\ 6\ 7$ unter einander schreiben würde, wie oft stünde jedes Element an der ersten Stelle, und wie groß würde demnach die Summe aller Ziffern in der ersten Vertikalreihe sein?

79. In einem Dreieck ist ein Winkel halbiert und die halbierende Gerade bis zum Durchschnitt verlängert; welche Beziehung besteht zwischen den Abschnitten dieser Seite und den anliegenden Dreiecksseiten? Beweis.

80. Eine schiefe Gerade ist auf eine Ebene projiciert und durch ihren Fußpunkt in der Ebene eine Linie senkrecht auf die Projektion gezogen; man soll beweisen, daß auch die schiefe Gerade gegen diese Linie senkrecht steht.

81. Die Mündung des Marannon liegt unter dem Aequator 33 ⁰ w. L., die des Duero 9 ⁰ ö. L. und 41 ⁰ 10′ n. Br.; wie groß ist die direkte Entfernung der beiden Mündungen?

82. Ein Rechteck zu konstruieren, welches halb so groß als ein gegebenes Quadrat ist und mit diesem gleichen Umfang hat.

(77 und 78, sowie 79 und 80 alternativ.)

1873. 83. $\alpha_1^4 + \alpha_2^4$ zu berechnen, wenn α_1 und α_2 die Auflösungen der Gleichung $ax^2 - bx - c = 0$ sind.

84. Den kleinsten Umfang zu finden, mit welchem man A qm durch ein n-Eck abgrenzen kann.

85. Jemand wettet, aus einem Haufen von n Münzen eine gerade Anzahl auf gut Glück herauszugreifen; wie viel Fälle hat er für sich?

86. Wo liegen die Fußpunkte aller Senkrechten, die von einem festen Punkte B des Raumes auf alle durch einen zweiten festen Punkt A gehenden Ebenen gefällt werden?

87. Ein vertikaler Gegenstand AB wird von zwei Punkten C u. D der Horizontalen ACD unter den gegebenen Winkeln α u. β gesehen, und die Entfernung des Punktes C u. D beträgt e m; die Höhe von AB zu berechnen.

$\alpha = 37^0\ 14'$, $\beta = 28^0\ 4'\ 12''$, e = 1224,9 m

88. Wie kann man durch Beobachtung die scheinbare jährliche Bahn der Sonne bestimmen?

1874. 89. Zwei solche Zahlen zu finden, daß die Summe ihrer reciproken Werte = a und die Summe ihrer Quadratwurzeln = b ist.

90. Wenn die Gleichungen:

$$a_1x + b_1y + c_1z = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = 0$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = 0$$

durch Werte von x, y, z erfüllt werden sollen, die von Null verschieden sind, wie müssen dann die Koeffizienten a, b, c beschaffen sein?

91. Zieht man in einem n-Ecke alle Diagonalen, so schneiden sich je 2 derselben in einer Ecke oder anderswo; wieviele Schnittpunkte der letzteren Art sind vorhanden?

92. Die Fußpunkte der Höhen eines gegebenen Dreiecks sind selbst die Ecken eines Dreiecks, das den gemeinschaftlichen Schnittpunkt der Höhen des gegebenen Dreiecks zum Mittelpunkt seines eingeschriebenen Kreises hat. (Zu beweisen.)

93. Durch wieviele ihrer Punkte ist eine Kugeloberfläche bestimmt, und wie wird sie konstruiert, wenn die nötige Anzahl von Punkten gegeben ist?

94. Ein gegebenes dreiseitiges Prisma wird parallel zu seinen Grundflächen von einer Ebene nach dem Dreieck a b c geschnitten, und man verlängert die Verbindungs-

linien eines Punktes O in der oberen Grundfläche mit den Ecken a b c bis zu ihren Durchschnittspunkten A B C mit der unteren Grundfläche. Wie muß der Abstand der Ebene a b c von der oberen Grundfläche gewählt werden, damit Pyramide A B C O das n-fache des gegebenen Prismas sei?

95. Ein Dreieck zu berechnen, von welchem eine Seite $a = 28640{,}9$ m, die Summe der beiden andern Seiten $b + c = 42764{,}5$ m und der Winkelunterschied $\gamma - \beta = 16^0\ 17'\ 15''$ gegeben sind.

96. Sind α, β, γ die Winkel eines Dreiecks, so hat man:

1) $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\gamma$

2) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4 \cos\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} \cos\frac{\gamma}{2}$

zu beweisen.

(89 u. 90, 91 u. 92, 93 u. 94, 95 u. 96 alternativ.)

1875. 97. Für welche Zahlenwerte von x wird der Ausdruck $\frac{1}{x} + \frac{15}{4} - x$ positiv, für welche negativ?

98. Werden 2 Zahlen x und y als die beiden ersten Glieder einer geometrischen Progression genommen, so wird der Unterschied zwischen dem 4. und 3. Gliede $= 16$; werden sie aber als die ersten Glieder einer arithmetischen Reihe gewählt, so wird der Unterschied zwischen dem 4. und 2. Gliede $= 18$; welche Zahlen sind es?

99. Ein gegebenes Trapez soll durch eine zur Grundlinie parallele Gerade halbiert werden.

Auflösung durch Konstruktion und Rechnung.

100. Von einer regelmäßigen dreiseitigen Pyramide beträgt die Oberfläche a qcm, der Kubikinhalt b ccm; wie groß ist eine Kante der Grundfläche und eine Kante der Seitenfläche? $a = 1440$, $b = 3200$.

101. Ein Körper rollt in 7 Sekunden über eine schiefe, gegen den Horizont unter einem Winkel von 15^0 geneigte, Ebene herunter; mit welcher Geschwindigkeit bewegt er sich in der horizontalen Ebene weiter?

(Das Gesetz des Falles über die schiefe Ebene ist zu entwickeln.)

102. Washington hat eine geographische nördliche Breite $\beta = 38^0\,54'$ und eine westliche Länge $\lambda = 59^0\,23'$; — Paris eine Breite $b = 48^0\,50'$ und eine östliche Länge $l = 20^0$; wie groß ist die Entfernung beider Orte im Bogen eines größten Kreises in Meilen?

103. Innerhalb einer Kugel ist ein Punkt gegeben. Welches ist der geometrische Ort für alle Sehnen von gegebener Länge l, die durch diesen Punkt gehen?

Determination der möglichen Fälle.

(97 u. 98, 100 u. 101, 102 u. 103 alternativ.)

1876. 104. Jemand leiht 10 000 ℳ auf Zinseszinsen und vermehrt dieses Kapital außerdem nach je 3 Jahren um 1000 ℳ; welches ist sein Guthaben am Ende des 20. Jahres, wenn 5 % gerechnet werden?

105. In einem Dreieck ABC sind AB = 50 cm, BC = 30 cm, BAC = $36^0\,42'$; es sollen die 3 anderen Stücke des Dreiecks, sowie der Flächeninhalt berechnet werden.

106. Ein Dreieck mit den Seiten a = 41 cm, b = 29 cm, c = 21 cm dreht sich um seine größte Seite; wie groß ist die Oberfläche und der Inhalt des entstehenden Doppelkegels?

(Die Formel für die Oberfläche ist abzuleiten.)

107. Welche Elevation und welche Anfangsgeschwindigkeit muß eine Bombe haben, wenn sie so geworfen werden soll, daß sie abgesehen vom Luftwiderstande, in 30 Sekunden eine Scheibe erreicht, die an einer 4200 m entfernten Felswand in 130 m Höhe über der Horizontalebene angebracht ist?

1877. 108. x und y zu bestimmen aus:

$$x^4 - y^4 = 15$$

$$\frac{5\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}{3} + \frac{3}{5\sqrt{x^2 + y^2 + 4}} = 5^1/_5.$$

109. Die Geraden AB und CD stehen auf der Geraden AC senkrecht und die Endpunkte B und D liegen auf derselben Seite von AC; AB = 1 m ist die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks und CD = $1^5/_6$ m der Radius eines Kreises mit dem Mittelpunkte D; wieweit steht der gemeinsame Schwerpunkt beider Figuren von dem Punkte D ab, wenn AC = 4 m ist?

110. In 2 Dreiecken ABC und abc verhalten sich die Seiten AB und ab wie die Radien der den Dreiecken umschriebenen Kreise; außerdem ist Winkel BAC = bac; wie verhalten sich die beiden Seiten AC und ac beider Dreiecke, und welche Eigenschaft der Dreiecke folgt hieraus?

111. Eine gleichseitige Pyramide mit quadratischer Grundfläche hat eine Höhe von 12 m und neigt sich mit einer Seitenfläche zur Grundfläche unter einem Winkel von $53^0\ 7'\ 48{,}35''$;

a) wie groß ist Oberfläche und Rauminhalt der Pyramide,

b) wie groß ist die Kante eines Würfels von gleichem Rauminhalt?

1878. 112. x zu bestimmen aus der Gleichung:

$$\log\left(5^{3\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x}} - 624{,}996\right) = -2{,}39794.$$

113. Wie groß berechnet sich die Länge des Sekundenpendels an einem Orte von der geographischen Breite φ, wenn die Beschleunigung der Schwere ohne Achsendrehung g Meter, der Radius der Erde r Meter und die Umdrehungszeit der Erde t Sekunden beträgt?

(Die Erde als Kugel angenommen.)

114. Um eine Kugel, deren Halbmesser = a ist, ist ein abgekürzter Kegel beschrieben, d. h. die Kugel wird von der Grundfläche, Deckfläche und Mantelfläche des abgekürzten Kegels berührt; die Summe dieser 3 Flächen beträgt das n fache von der Oberfläche der Kugel. Wie groß sind die Halbmesser von der Grund- und Deckfläche des abgekürzten Kegels und wie verhält sich sein Kubikinhalt zu dem der Kugel? (Anwendung der erhaltenen Formeln für a = 1 m, n = 2).

115. Wann und wo geht der Mittelpunkt der Sonne an einem Orte von der geographischen Breite $\varphi = 50^0$ am längsten Tage auf?

1879. 116. Ein Dreieck soll durch eine zur Seite AB Parallele im Verhältnis von 2 : 3 geteilt werden.

117. Eine Rente von 900 ℳ, die noch 25 Jahre lang am Ende eines Jahres bezogen wird, soll in eine andere verwandelt werden, welche noch 30 Jahre lang vierteljährlich zu erheben ist; wie groß kann diese sein, wenn 4 % gerechnet werden?

118. Wenn um einen Würfel, dessen Kante a Meter mißt, eine Kugel beschrieben ist, so unterscheiden sich

a) die Oberflächen und Volumina beider Körper um wieviel von einander?

b) Welche Neigung hat die Seite des Würfels zum Durchmesser der Kugel in der Diagonalebene?

(Anwendung für a = 2 Meter.)

119. Welche Last kann an einer beweglichen Rolle, deren Gewicht 7,5 ℔ beträgt, einer Kraft von 250 ℔ das Gleichgewicht halten, wenn der Bogen, welcher von dem Seile an dem Rande der Rolle umfaßt wird, eine Länge von $115^0\ 59'\ 22{,}6''$ hat?

1880. 120. In einen Quadranten soll ein Kreis so gezeichnet werden, daß derselbe die beiden den Quadranten begrenzenden Halbmesser und den Bogen berührt.

121. Die Summe der Inhalte zweier regelmäßiger Tetraeder beträgt 15,6742 cbm, die Summe zweier Kanten derselben 7 m; wie groß ist die Kante eines jeden?

122. Beweise, daß sich die Flächen der zwei ähnlichen Dreiecken eingeschriebenen Kreise verhalten wie die Flächen der Dreiecke.

123. Die Summe der 3. Potenzen des 5. und 8. Gliedes einer steigenden arithmetischen Progression ist 2457, die Summe des 5. und 8. Gliedes 21; wie groß ist das 10. Glied und wie groß die Summe der ersten 20 Glieder?

1881. 124. Wie groß ist die Summe einer unendlichen fallenden (geometrischen) Reihe, für welche das Produkt der 3 ersten Glieder = 1728 und die Summe der 3. Potenzen dieser 3 Glieder = 15768 ist?

125. Zwei schiefe Ebenen, deren Längen beziehungsweise 250 m und 200 m sind, stoßen oben aneinander und haben die gemeinschaftliche Höhe 80 m; wenn nun einer von 2 Körpern sich auf der ersten schiefen Ebene mit der Anfangsgeschwindigkeit von 50 m hinaufbewegen soll, welche Geschwindigkeit muß der auf der andern schiefen Fläche sich hinaufbewegende Körper erhalten, damit er zu gleicher Zeit mit dem ersten oben anlangt? ($g = 10$ m).

126. In einem rechtwinkligen Parallelepipedon beträgt die Summe aus Länge, Breite und Höhe 39 cm, die Summe ihre Quadrate 741 qcm, und die Länge ist das geometrische Mittel aus der Breite und Höhe. Wie groß ist jede Kante, die Oberfläche und das Volumen?

127. Von einem Kreisausschnitt ist der Umfang = 17 cm, der Inhalt = 17,5 qcm; wie groß ist die Sehne, welche die Endpunkte der Grenzradien verbindet?

1882. 128. Die Gesamtoberfläche eines kegelförmigen Kugelsektors beträgt $\frac{1}{4}$ der Kugeloberfläche; wie groß ist der Inhalt des Sektors und wie verhält sich derselbe zu dem der Kugel?

(Der Radius der Kugel ist gleich r gegeben.)

129. In einen gegebenen Kreis ist ein konzentrischer Kreis so einzuschreiben, daß die Sehnen des größeren Kreises, welche den kleineren berühren, um a kleiner sind als der Durchmesser des kleinern Kreises. Determination.

130. Aus den beiden Gleichungen:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 0{,}26\,xy$$

$$x + y = 0{,}6\,xy$$

sollen die Werte von x und y ermittelt werden.

131. An einem Orte von der geographischen Breite $\varphi = 48^0\ 36'\ 12''$ beobachtete man nachmittags die wahre Höhe des Sonnenmittelpunktes $h = 30^0\ 58'\ 45''$; welches war das Azimut der Sonne, wenn ihre Deklination im Augenblicke der Beobachtung $\delta = 15^0\ 42'$ betrug?

1883. 132. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Basiswinkel doppelt so groß ist, als der Winlel an der Spitze, wird in 3 gleiche Abschnitte zerlegt, und jeder Teilpunkt mit der gegenüberliegenden Winkelspitze verbunden; wie groß sind die dadurch entstandenen Teile des Winkels an der Spitze?

133. Eine arithmetische und eine geometrische Reihe mit lauter positiven Gliedern haben dasselbe Anfangsglied; auch ist die Differenz der ersten gleich dem Quotienten der zweiten Reihe; wie heißen die zwei Reihen, wenn das Produkt aus dem zweiten der geometrischen und sechsten Gliede der arithmetischen Reihe 102, und das Produkt aus dem ersten und fünften Gliede der geometrischen Reihe 324 ist?

134. In einer vierseitigen Pyramide mit rechteckiger Grundfläche ist jede Seitenkante = 13 dm; das Volumen der Pyramide = 393,44 cdm und der Neigungswinkel der Seitenkante gegen die Grundfläche = $49^0\ 10'\ 4''$; wie groß sind die beiden Kanten der Grundfläche?

135. Ein Körper wird mit 64 m Geschwindigkeit lotrecht aufwärts geworfen; aus dem höchsten Punkte, den dessen Flugbahn erreichen würde, wird zwei Sekunden später ein anderer Körper mit 36 m Geschwindigkeit lotrecht abwärts geworfen; in welchem Abstande vom Ausgangspunkte des aufwärts geworfenen Körpers und mit welcher Geschwindigkeit treffen sich beide? ($g = 10$ m).

1884. 136. Eine gewichtlose gerade Stange von der Länge a wird an dem einen Ende von einer Kraft K_1 und an dem andern Ende von einer Kraft K_2 gehalten; in welcher Entfernung von den beiden Endpunkten der Stange muß an dieser eine Last L angebracht werden, damit jede Kraft einen verhältnißmäßigen Teil der Last zu tragen hat?

137. Ein reguläres Oktaeder hat ein Liter Inhalt; wie groß ist dessen Kante und Oberfläche?

138. Bei einer Sparkasse wurden am 2. Januar 1870 500 ℳ und am 2. Januar 1880 400 ℳ eingelegt; bis wann wird das Ganze auf 1871,76 ℳ erwachsen durch Zinseszinsen zu $3^1/_2$ Prozent?

139. Von den Ecken A und B eines gegebenen Dreiecks ABC sind 2 Kreise gezeichnet, welche sich in der Ecke C schneiden. Durch C soll eine Gerade so gezogen werden, daß sie aus beiden Kreisen gleiche Sehnen ausschneidet. Wie groß werden diese Sehnen, wenn $AB = \sqrt{2329}$, $AC = 52$ mm, $BC = 29$ mm?

1885. 140. Addiert man zu den vier Gliedern einer steigenden arithmetischen Progression resp. die Zahlen

1, 8, 35, 122, so erhält man vier Größen, welche in steigender geometrischer Progression stehen. Beide Reihen sind anzugeben.

141. In einen gegebenen Kreis vom Radius r soll — sei es durch direkte Zeichnung, sei es durch Berechnung mit nachfolgender Konstruktion — ein Rechteck eingeschrieben werden, von welchem die Differenz der zwei anstoßenden Seiten $= d$ gegeben ist.

142. Rotiert ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen einer spitzer Winkel $= \alpha$ gegeben ist, um die Hypotenuse, so beträgt der Kubikinhalt des Rotationskörpers v cbm; wie groß ist die Oberfläche des Körpers, der durch die Rotation des Dreiecks um die dem Winkel α gegenüberliegende Kathete entsteht?

Anwendung der erhaltenen Formel für $\alpha = 54^0\ 12'\ 34''$ und $v = 0{,}0474328$ cbm.

143. Von 2 Kugeln, die gleichzeitig mit der Geschwindigkeit $c_1 = 39{,}2$ m, und $c_2 = 24{,}5$ m längs einer schiefen Ebene so geworfen werden, daß sie Gerade beschreiben, bewegt sich die eine um 95,55 m weiter als die andere. Wie viel Sekunden beträgt der Zeitunterschied bis zur Rückkehr zu den Ausgangspunkten und mit welcher Geschwindigkeit bewegen sie sich auf der horizontalen Ebene nach der Rückkehr weiter, wenn $g = 9{,}8$ m und die Reibung nicht berücksichtigt wird.

1886. 144. Der Achsenschnitt eines Kugelsektors hat an der Spitze einen Winkel $2\alpha = 67^0\ 25'\ 24''$; der Radius der Kugel sei $r = 10$ cm; es soll das Volumen des Sektors berechnet werden. Wie groß ist die Kante des Würfels, der mit dem gegebenen Kugelsektor gleichen Inhalt hat?

145. Die Erde braucht um einen vollen Umlauf um die Sonne zu machen, 365,256 Tage, während Jupiter zu einem solchen Umlauf 4332,589 Tage nötig

hat. Wenn nun die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne $r_1 = 1$ gesetzt wird, wie groß ist dann diese Entfernung r_2 bei Jupiter?

Nimmt man die mittlere Entfernung der Erde oon der Sonne zu 149 Millionen Kilometer an, wie weit ist dann Jupiter von der Sonne entfernt?

146. x zu bestimmen aus der Gleichung

$$2\,(\log 2 + 0{,}47712) + \log\,(2 + 7^x) - \log 12 = \log 189 - x \log 7.$$

147. Ein Dreieck soll durch eine Parallele zu einer Seite so geteilt werden, daß sich der obere Teil zum ganzen Dreieck $= 2:3$ verhält.

1887. 148. Auf den Schenkeln eines rechten Winkels bewegen sich zwei Punkte gleichförmig mit den Geschwindigkeiten von a und b Metern nach dem Scheitel des rechten Winkels, von welchem jeder der beiden Punkte bei dem Beginn der Bewegung c Meter entfernt ist. Nach wie viel Sekunden beträgt die Entfernung der beiden Punkte von einander e Meter? welches ist ihre kleinste Entfernung während dieser Bewegung, und nach wie viel Sekunden wird dieselbe erreicht?

$$a = 3, \quad b = 4, \quad c = 36, \quad e = 17.$$

(Auflösung zunächst in Buchstaben.)

149. Auf einer Kugel, deren Halbmesser $= r$, liegt eine Zone zwischen den Parallelkreisen mit der geographischen Breite β_1 und β_2, welche zugleich die Grund- und Deckfläche eines abgekürzten Kegels bilden. Wie groß ist der Unterschied zwischen der krummen Fläche der Kugelzone und der des abgekürzten Kegels und zwischen ihrem Kubikinhalt?

(Umfang des größten Kugelkreises = 40 000 Kilometer; $\beta_1 = 55^0$; $\beta_2 = 47^0$.)

150. Wenn $x + y = xy$ und

$$\sqrt{x^2 + y^2 + 1} = 3\,xy - 10,$$

welche Werte entsprechen den zwei Unbekannten?

151. Unter der g. Breite φ ist die Länge des Sekundenpendels am Meeresufer = 994 mm; wie groß wäre diese Länge unter derselben Breite auf einem Berge von 4452 Meter Höhe?

(1 Meile = 7420 Meter und der Erdradius = 859,5 Meilen.)

II. Abschnitt.

Realgymnasien.

1868. 1. (Niedere Analysis). Es sollen die fünf Werte von $\sqrt[5]{1}$ mittelst der Moivre'schen Formel berechnet werden.

2. (Höhere Analysis.) Es soll der Wert bestimmt werden, welchen die Funktion

$$\frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x} \text{ für } x = 0 \text{ erhält.}$$

Zugleich ist die hiebei in Anwendung kommende Methode zu begründen.

3. (Elementare Geometrie.) Was versteht man unter der Teilung einer Strecke durch den goldenen Schnitt; wie wird diese Teilung ausgeführt und bewiesen, und welches sind die hauptsächlichsten Anwendungen derselben?

4. (Analytische Geometrie.) Durch die Gerade: $2x - 1 = 3y + 2 = z - 5$ eine Ebene zu legen, welche senkrecht steht auf der Ebene: $3x + 5y - z - 1 = 0$.

5. (Trigonometrie.) Es sind die Seiten eines sphärischen Dreiecks $a = 40^0$, $b = 60^0$ und der von denselben eingeschlossene Winkel $C = 75^0$ gegeben. In welche Stücke wird dieser Winkel durch den von der Ecke C nach der Mitte von c gezogenen größten Kreis geteilt?

6. (Trig.) Es soll der Ausdruck:

$$\frac{\sin a + \sin b - \sin (a + b)}{\sin a + \sin b + \sin (a + b)}$$

in eine für die logarithmische Berechnung geeignete Form gebracht werden.

7. (Darst. Geom.) Es soll die Berührungskurve einer gegebenen Kugel mit einem ihr umschriebenen Cylinder, dessen Mantellinien einer gegebenen Geraden parallel sind, projiciert werden.

8. (Physik.) Ableitung der Näherungsformel: $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}$ zwischen Brenn-Objekt-Bildweite; entweder für den Hohlspiegel oder für die Convexlinse. Diskussion der zugehörigen Fälle.

9. (Physik.) Beschreibung des Nicholson'schen Aräometers und Erläuterung der Anwendung desselben zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester und flüssiger Körper.

10. (Chemie.) Was versteht man unter einem Salze und was unter Neutralisation; welche Arten von Salzen gibt es; welche Salze werden neutrale, saure und basische nach der älteren und neueren Anschauungsweise genannt, und welche Säuren heißen ein-, zwei- oder dreibasische?

11. (Mineralogie.) Wie stellt man Kieselsäureanhydrid künstlich dar, in welchem Krystallsysteme krystallisirt dasselbe, und wodurch zeichnen sich die in diesem Systeme vorkommenden Krystallfiguren (holoedrische und hemiedrische aus?

1869. 12. (Nied. Anal.) Die Gleichung:
$8x^3 + 16x - 9 = 0$ ist aufzulösen.

13. (Höhere Anal.) Von:

$$y = l\left\{\frac{x + \sqrt{x^2 - a^2}}{x - \sqrt{x^2 - a^2}}\right\}$$

ist der erste Differential-Quotient zu suchen.

14. (Elemen. Geom.) Ein Dreieck soll durch Parallelen zu einer Seite in eine gegebene Anzahl gleicher Teile geteilt werden.

15. (Anal. Geom.) Auf einer Ellipse, deren Gleichung auf ihre Achsen 2a und 2b bezogen wird, sind zwei Punkte durch ihre Abscissen x_1 und x_2 gegeben Es ist die Gleichung der Geraden zu finden, welche den Schnittpunkt der Tangenten jener Punkte mit dem Mittelpunkte der Ellipse verbindet. $2a = 10$, $2b = 6$, $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

16. (Trigon.) Von einem Dreieck sind 2 Winkel α und β und die Differenz d der beiden gegenüberliegenden Seiten gegeben; es ist nun die dritte Seite und der Inhalt des Dreiecks zu bestimmen.

$\alpha = 102^0 50'$, $\beta = 45^0$ und $d = 67' 8''$ dc.

17. (Trigon.) Es soll der Winkel eines gleichseitigen sphärischen Dreiecks, dessen Seite a ist, gefunden werden. $a = 76^0 34' 24''$.

18. (Darst. Geom.) Es ist der Durchschnitt einer Kugel mit einem Rotations-Ellipsoid zu konstruieren und an die Schnittkurve in einem allgemeinen Punkte derselben eine Tangente zu legen. (Die Tafeln können frei gewählt und sollen daher möglichst bequem angenommen werden.)

19. (Ph.) 200 g Wasser von 15^0 C befinden sich in einem Metallgefäß von 40 g Gewicht und 0,1 Wärmcapacität. In dieses Wasser wird ein 20 g schwerer Stein von 100^0 C gebracht, wodurch sich dessen Temperatur um $1{,}8^0$ C erhöht. Man soll aus diesen Angaben die spezifische Wärme (Wärmecapacität) des Steines berechnen. Ferner soll erörtert werden, welche meteorologischen Erscheinungen dadurch veranlaßt sind, daß ausgedehnte Landstrecken von der berechneten Wärmecapacität an große Wasserflächen grenzen.

20. (Ph.) Die Einrichtung und Wirkungsweise des astronomischen Fernrohres soll vollständig beschrieben werden; die Vergrößerungszahl desselben ist mathematisch zu begründen.

21. (Ch.) Eigenschaften, Gewinnung und Verwendung der Kohlensäure, sowie Bedeutung derselben im Naturhaushalte. Hiezu folgende stöchiometrische Rechnung: Wieviel Calciumcarbonat und Salzsäure von 25 Prozent Säuregehalt hat man nötig, um 10 Liter Kohlensäureanhydrid herzustellen?

22. (Min.) Welches sind die wichtigsten Glieder der Familie der Feldspate; wie ist deren Zusammensetzung; welches sind ihre wichtigsten Eigenschaften, und welche Bedeutung haben dieselben im Haushalte der Natur, wie in der Industrie?

1870. 23. (Nied. Anal.) $x^6 + 1$ als Produkt von drei reellen Faktoren darzustellen.

24. (Höhere Anal.) Einer Kugel von dem Halbmesser r soll ein gerader Kegel einbeschrieben werden, dessen krumme Seitenfläche z ein Maximum ist. Welches sind die Abmessungen des Kegels?

25. (Elem. Geom.) Ein Dreieck zu konstruieren, wenn ein Winkel, die zu dessen Gegenseite gehörige Höhe und der Umfang gegeben sind.

26. (Anal. Geom.) Gegeben sind eine unbegrenzte gerade Linie L und außerhalb derselben ein Punkt P; man soll in der Ebene der geraden Linie und des Punktes den geometrischen Ort für diejenigen Punkte suchen, welche von P n mal so weit entfernt sind als von L, und die Gestalt der Kurve bestimmen, je nachdem $n \overset{<}{\underset{>}{=}} 1$ ist.

27. (Trigon.) Von einem Dreieck sind 2 Winkel α und β und der Umfang u gegeben; die dem 3. Winkel gegenüberliegende Seite ist zu bestimmen.

$u = 100\,\text{m}, \ \alpha = 106^0\,20', \ \beta = 36^0\,52''$.

28. (Trigon.) Aus

$$\cos C = \frac{\cos c - \cos a \cos b}{\sin a \sin b}$$

eine der logarithmischen Rechnung günstige Formel für $\operatorname{tg} \frac{C}{2}$ abzuleiten.

29. (Darst. Geom.). Auf einem senkrechten Kreiskegel von gegebenem Halbmeridian sind die vertikalen Projektionen zweier beliebigen Punkte, von denen der eine für die zweite Tafel sichtbar, der andere unsichtbar ist, gegeben; man soll die Risse der kürzesten Verbindungslinie beider Punkte aufsuchen.

30. (Ph.). Was versteht man unter Ausdehnungskoeffizienten und wie lassen sich dieselben für feste, flüssige und luftförmige Körper bestimmen?

31. (Ph.) Wie lautet das Ohm'sche Gesetz über die Intensität galvanischer Ströme, und welche Folgerungen ergeben sich hieraus hinsichtlich letzterer,

a) wenn man n Elemente statt eines einzigen anwendet,

b) wenn die Erregerplatten n mal größer genommen werden?

32. (Ch.) Wie werden Metalle oxydiert und wie die gebildeten Metalloxyde wieder reduziert?

33. (Min.) Merkmale und Einteilung der Brenze, sowie Aufzählung und Beschreibung derselben nebst Angabe ihrer Benutzung.

1871. 34. (Alg.) Die Koeffizienten der vierten, dritten und zweiten Potenz der Unbekannten einer geordneten Gleichung vierten Grades sind der Reihe nach 6, —23 und 28, die Summe zweier Wurzeln beträgt $^3/_2$ und das Produkt der beiden übrigen Wurzeln $^2/_3$. Die Wurzeln dieser Gleichung zu finden.

35. (Nied. Anal.) Den Quotienten:

$$\frac{3(x-1)}{3x^2-8x-3}$$

in eine nach steigenden Potenzen von x fortschreitende Reihe zu entwickeln und die Bedingungen anzugeben, unter welchen diese Entwicklung den Quotienten wirklich darstellt.

36. (Plan.) Den geometrischen Ort eines Punktes zu finden, dessen Abstände von zwei gegebenen festen Punkten ein gegebenes Verhältnis a : b haben.

37. (Ster.) Für einen geraden Kreiscylinder, der einer Kugel vom Radius r eingeschrieben und dessen Mantelfläche ein Achtel der Kugeloberfläche ist, den Durchmesser und die Höhe zu berechnen und zu konstruieren.

38. (Trigon.) Den Flächeninhalt eines Vierecks ABCD zu berechnen, wenn die Seite AB = a = $628{,}3^m$ und die vier an ihren beiden Ecken liegenden Winkel

$$BAC = \alpha = 29^0\,37' \quad CAD = \beta = 67^0\,44'$$
$$ABD = \gamma = 41^0\,23' \quad DBC = \delta = 74^0\,18'$$

gegeben sind.

39. (Trigon.) Die Oberfläche eines sphärischen Dreiecks für den Kugelhalbmesser 1 zu berechnen, wenn dasselbe gleichschenklig ist und seine Seiten gegeben sind.

Besonderer Fall: $a = 60^0$, $b = c = 45^0$.

40. (Darst. Geom.) Ein schiefes dreiseitiges Prisma und eine vierseitige Pyramide sind durch ihre Projektionen gegeben; man soll ihren Durchschnitt aufsuchen und die Seiten der Schnittfigur auf dem Netze eines der beiden Körper angeben. (Bemerkt wird, daß die Grundflächen beider Körper nicht derselben Ebene angehören, die Lage der Projektionstafeln jedoch möglichst einfach angenommen werden darf.)

41. (Ph.) 30 Meter unter dem Niveau eines Landsees entwickelt sich bei 4° C eine Gasblase und steigt, nachdem sie die Größe eines Kubikmeters erlangt hat, an die Oberfläche empor, an welcher ebenfalls die Temperatur 4° C herrscht. Welches Volumen (auf Kubikmillimeter genau) hat sie in dem Momente, in welchem sie das Wasser verläßt, wenn der Barometerstand 720mm beträgt und das spezifische Gewicht des Quecksilbers zu 13,596 angenommen wird?

42. (Ph.) Mathematische Entwicklung der Gesetze des freien Falles.

43. (Ch.) Welche Unterschiede bestehen zwischen Atom und Molekül, zwischen Atomgewicht und Aequivalent, welche Beziehungen zeigen sich hinsichtlich des Atoms und Volumens bei gasförmigen Körpern, sowie zwischen den Raumverhältnissen gasförmiger Verbindungen und jenen ihrer Bestandteile? (Die einzelnen Punkte sind in geeigneter Weise durch Beispiele zu erläutern.)

44. (Min.) Vorkommen des Eisens im Mineralreiche; Aufzählung und Zusammensetzung der für die metallurgische Gewinnung desselben tauglichen Erze; kurze Beschreibung des Hochofenprozesses.

1872. 45. (Alg.) Das Gleichungssystem:

$$x + ay + a^2z = a^3$$
$$x + by + b^2z = b^3$$
$$x + cy + c^2z = c^3$$

mittels Determinanten aufzulösen und den Wert jeder Unbekannten in der einfachsten Form darzustellen.

46. (Nied. Anal.) Zu beweisen, daß man in der endlichen und mit einer gewissen Beschränkung auch in der unendlichen Reihe, deren (n + 1)tes Gied die Form $a_n x^n$ hat, x von solcher Größe wählen kann, daß irgend ein Glied der Reihe größer ausfällt als die Summe aller folgenden Glieder.

47. (Plan.) Wenn in der Ebene eines gleichschenkligen Dreiecks der Abstand eines Punktes P von der Grundlinie das geometrische Mittel aus seinen Abständen von den beiden gleichen Seiten ist, auf welchem Orte liegt dann P?

48. (Ster.) Oberfläche und Rauminhalt einer geraden Pyramide zu suchen, deren Basis ein Quadrat von der Diagonale 4 r ist und deren sämtliche Flächen eine Kugel vom Radius r berühren.

49. (Eb. Trig.) Von einem Dreieck sind gegeben eine Seite $c = 457{,}3$ m, die Summe der beiden andern Seiten $s = 723{,}6$ m und der Unterschied der den letzteren gegenüberliegenden Winkel $\delta = 12^0\,56'$. Die beiden Seiten, die Winkel und die Dreiecksfläche zu berechnen.

50. (Räuml. Trig.) Von den 3 im Scheitel S einer dreiseitigen Pyramide zusammenstoßenden Flächen ist eine SAB ein gleichseitiges Dreieck von der gegebenen Seitenlänge p, die beiden andern SAC und SBC sind gleiche rechtwinklige Dreiecke mit der gemeinschaftlichen Hypotenuse SC von der gegebenen Länge q. Es soll der Flächenwinkel an SC berechnet werden.

$(p = 100\text{m},\ q = 130\text{m}.)$

51. (Darst. Geom.) Es sind 3 Punkte a, b, c gegeben, deren Ebene schief gegen die Tafeln steht; gesucht ein Punkt d, der von den gegebenen Punkten bestimmte Entfernungen hat.

52. (Ph.) Eine Masse $M = 40$ trifft mit 4,5 m Geschwindigkeit central gegen eine andere Masse $m = 14$, die sich der ersteren mit 6 m Geschwindigkeit entgegenbewegt. In welcher Richtung und mit welchen Geschwindigkeiten bewegen sich beide Massen nach dem Stoß,

a) wenn sie als vollkommen unelastisch,

b) wenn sie als vollkommen elastisch

angenommen werden?

53. (Ph.) Aus einem in eine Spitze ausgezogenen Glaskolben fließen bei einer Erwärmung von 0^0 bis 100^0C (unter Berücksichtigung der Ausdehnung des Glases) 31,1 g Quecksilber aus. Wieviel Quecksilber war bei 0^0 im gefüllten Kolben? Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers $\alpha = 0{,}0001815$, linearer Ausdehnungskoeffizient des Glases $\alpha_1 = 0{,}00000872$.

54. (Ch.) Welches sind

a) die gemeinsamen Merkmale,

b) die unterscheidenden Merkmale

der Elemente Chlor, Brom und Jod?

55. (Min.) Welche Bedeutung haben die Phosphate für die organische Natur, welches Phosphat kommt am häufigsten in der Erdrinde vor, welche Merkmale besitzt dasselbe, und welches sind die Kennzeichen und Hauptformen des Systems, in welchem dasselbe krystallisiert?

1873. 56. (Alg.) Die Summe einer geometrischen Progression sei = 31, das Anfangsglied = 1 und die Anzahl der Glieder = 5. Man soll den Exponenten der geometrischen Reihe bestimmen.

57. (Anal.) Die Funktion:

$$f(x) = \frac{2x + 2}{x^2 + 4x - 1}$$

ist in eine recurrierende Reihe zu verwandeln, das allgemeine Glied derselben ist in indepetenter Form darzustellen, die Summenformel zu bestimmen und endlich sind die Grenzen für die Giltigkeit der Entwickelung anzugeben.

58. (Plan.) Von einem Dreiecke ist die eine Seite und der Gegenwinkel derselben gegeben; man soll die geometrischen Oerter für die Schnittpunkte der drei Höhentransversalen sowie für die Schwerpunkte der Dreiecke bestimmen, die sich aus den gegebenen Stücken konstruieren lassen.

59. (Ster.) Einem regulären Oktaeder, dessen Oberfläche F bekannt ist, wird eine Kugel und dieser ein reguläres Tetraeder eingeschrieben. Man soll die Verhältnisse der Kubikinhalte der drei Körper bestimmen. Zahlenbeispiel F = 2 qdm.

60. (Eb. Trig.) Aus zwei Winkeln $\alpha = 31^0\,25'$ und $\beta = 94^0\,36'$, sowie aus dem Radius r = 9 dm 4 cm des eingeschriebenen Kreises den Flächeninhalt des Dreiecks zu berechnen.

61. (Sph. Trig.) Von einem gleichseitigen sphärischen Dreieck ist der Winkel $\alpha = 120^0$ gegeben. Es soll die Seite eines regelmäßigen sphärischen Vierecks berechnet werden, welches mit dem Dreieck gleichen Flächeninhalt hat.

62. (Darst. Geom.) Von einer dreiseitigen Pyramide abcx ist die Grundfläche abc durch die Projektionen ihrer Endpunkte gegeben; ferner ist bekannt der Flächenwinkel an der Kante ab, die aus x (auf abc) gefällte Höhe und der Halbmesser der umschriebenen Kugel; man soll die beiden Projektionen der Pyramide und das Netz ihrer Oberfläche herstellen.

63. (Ph.) Eine Glaskugel und eine Bleikugel besitzen in der Luft, deren spez. Gewicht = s ist, das gleiche Gewicht p. Wie groß ist der Unterschied der Gewichte beider Kugeln im luftleeren Raume, wenn das spez. Gewicht des Glases = s_1 und das des Bleies s_2 ist. z. B. s = 0,0013, p = 100, s_1 = 2,5 und s_2 = 11,35.

64. (Ph.) Ein Körper gleitet über eine schiefe Ebene herab, deren Neigung gegen den Horizont α^0 und deren Länge s^{m} beträgt, geht dann auf eine horizontale Bahn über und bewegt sich auf derselben fort, bis ihn die Reibung zur Ruhe bringt. Wie lange und wie weit wird er auf der Horizontalebene fortgleiten, wenn der

Reibungskoeffizient (für letztere sowohl als für die schiefe Ebene) $= \rho$ ist?

65. (Ch.) In welchen Verbindungen kommt der Phosphor in der Natur vor, wie wird er bereitet, und welche Eigenschaften zeigt derselbe in seinen allotropischen Zuständen; welche Verbindungen geht er mit Sauerstoff ein, und welche Arten von Phosphorsäuren werden unterschieden?

66. (Min.) Wie heißen die wichtigsten im Mineralreiche vorkommenden Calciumsalze, in welchen Systemen krystallisieren dieselben, und welche Anwendung haben sie gefunden?

1874. 67. (Alg.) Die Werte von x zu finden, welche der Gleichung:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a+x & a+x^2 \\ a & 1 & a+x^2 & a+x \\ x+x & a+x^2 & 1 & a \\ a+x^2 & a+x & a & 1 \end{vmatrix} = 0$$

genügen.

68. (Nied. Anal.) Welcher Grenze nähert sich der Bruch:

$$\frac{\cos\frac{\pi}{2n} + \cos\frac{2\pi}{2n} + \cos\frac{3\pi}{2n} + \ldots \cos\frac{n\pi}{2n}}{\frac{\pi}{2n} + \frac{2\pi}{2n} + \frac{3\pi}{2n} + \ldots\ldots \frac{n\pi}{2n}}$$

wenn n ins Unendliche wächst?

69. (Plan.) Man soll die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks bestimmen, von welchem die Hypotenuse und der Radius des eingeschriebenen Kreises gegeben sind, und eine Konstruktion des Dreiecks angeben. (Algebraische Analyse, Determination.)

70. (Ster.) Von den beiden Ecken einer Kante eines regulären Tetraeders aus sind die 4 anstoßenden Kanten desselben alle in gleichem Verhältnissen $(\lambda : \mu)$ geteilt und die Teilpunkte durch Gerade verbunden Man soll beweisen, daß das hiedurch entstandene Viereck ein Rechteck ist, und dessen Fläche durch eine Kante des Tetraeders ausdrücken.

71. (Eb. Trig.) Von einem Vierecke, dem sich ein Kreis einschreiben läßt, sind zwei Winkel α und β und die kürzeste Strecke a zwischen der Spitze des Winkels α und dem Kreisumfange gegeben. Es soll die zwischen der Spitze des Winkels β und der Kreislinie liegende kürzeste Strecke berechnet werden.

$\alpha = 80^0$, $\beta = 60^0$, $a = 10$ m.

72. (Sph. Trig.) Durch eine Kugel mit einem Radius von $r = 3$ m 8 dm hat man in einer Entfernung von $e = 1$ m 3 dm vom Centrum eine Ebene gelegt, dem erhaltenen Schnittkreis ein reguläres Fünfeck eingeschrieben und seine fünf Ecken auf der Kugelfläche der Reihe nach durch Bogen größter Kreise verbunden. Es soll der Inhalt des sphärischen Fünfecks berechnet werden.

73. (Darst. Geom.) Eine beliebige vierseitige Pyramide nach einem Paralleltrapez zu schneiden, dessen parallele Seiten durch zwei in gegenüberliegenden Seitenflächen liegende Punkte gehen, und das Netz des Stumpfes zu zeichnen.

74. (Ph.) Es ist ein mathematisches Pendel von der Länge l gegeben, dessen größte Elongation w sei; es soll für einen beliebigen Punkt seines Schwingungsbogens die Geschwindigkeit und die Spannung des Fadens (mit Berücksichtigung der Centrifugalkraft) berechnet werden. Länge des Pendels l, Masse der Pendelkugel m.

75. (Ph.) Das Gewicht des Hebels eines Sicherheitsventiles betrage $p = 1$ kg und sei um $b = 21$ cm vom Drehpunkte desselben entfernt; die Hebelbelastung sei $p^1 = 7$ kg, ihre Entfernung vom Drehpunkt $c = 48{,}6$ cm. Der Dampf im Kessel soll eine Spannkraft von $f = 7$ Atmosphären nicht überschreiten und an dem Hebel in einer Entfernung $a = 5$ cm zum Angriff kommen; das Gewicht der Ventilplatte betrage $p'' = 240$ g. Wie groß muß der Durchmesser der Ventilöffnung sein, damit dem Dampf von mehr als 7 Atmosphären Spannkraft der Austritt aus dem Dampfkessel gestattet wird? Mittlerer Atmosphärendruck auf 1 qcm = 1,033 kg.

76. (Ch.) Was versteht man unter Oxydation und unter Reduktion? Nach welchen allgemeinen Methoden können Oxyde dargestellt werden? Für jede Methode ist wenigstens ein Beispiel anzuführen und durch Formelgleichung zu erläutern.

77. (Min.) Wie erkennt man Kupfererze auf chemischem Wege? welches sind die wichtigsten Kupfererze, und welches ist die chemische Zusammensetzung der letzteren?

1875. 78. (Alg.) Von einer rekurrenten Reihe dritter Ordnung kennt man die Anfangsglieder:

$$1 - x + 2x^3 - 5x^4 + 9x^5 \ldots\ldots$$

es soll die erzeugende Bruchfunktion, die independente Form des allgemeinen Gliedes, die Summe einer endlichen Anzahl von Gliedern und die Bedingung der Konvergenz der Reihe aufgefunden werden.

79. (Geom.) Die Gerade, welche durch den Schnittpunkt zweier gegenüberliegender Seiten eines Kreisvierecks geht und deren Winkel halbiert, schneidet auf den beiden Diagonalen von deren Schnittpunkt aus gleiche Stücke ab. — Beweis?

80. (Ster.) Eine Kugel vom Radius r soll cylindrisch mit der Achse durch den Mittelpunkt so durchbohrt werden, daß der verbleibende Rest der Kugel $\frac{1}{n}$ $(= \frac{1}{8})$ des Inhaltes der ganzen Kugel enthält. Wie groß ist der Radius des Cylinders zu nehmen?

81. (Trig.) In einer Stadt M, deren Polhöhe $\varphi = 48^0\ 8'\ 20''$ ist, fand man das Azimut α eines Sternes $= 202^0\ 4'\ 15{,}5''$, die Höhe h desselben $= 16^0\ 11'\ 44{,}0''$. Wie groß sind die Deklination δ und der Stundenwinkel t?

82. (Darst. Geom.) Von einer Pyramide kennt man die regelmäßige sechsseitige Grundfläche, den Neigungswinkel zweier aneinanderstoßender Seitenflächen mit der Grundfläche und die diesen Seitenflächen gemeinschaftliche Kante. Durch einen gegebenen in einer Seitenfläche liegenden Punkt wird eine Ebene gelegt, welche drei Seitenkanten der Pyramide, von denen keine unmittelbar neben der anderen liegt, so schneidet, daß sich die Entfernungen der Schnittpunkte von der Spitze der Pyramide wie 1 : 2 : 3 verhalten. Man soll den Schnitt der Ebene und der Pyramide projiciren, wobei die Tafeln möglichst bequem gewählt werden können.

83. (Ph.) Eine hölzerne Kugel, deren Durchmesser 2r = 43 dcm beträgt, sinkt auf dem Wasser schwimmend h = 36 dcm tief ein. Wie groß ist das spezifische Gewicht s der Holzart:

1) wenn der Gewichtsverlust nicht berücksichtigt wird, welchen der aus dem Wasser hervorragende Teil der Kugel in der atmosphärischen Luft erleidet;

2) wenn dieser Gewichtsverlust berücksichtigt wird.

Anmerkung. Das spezifische Gewicht der Luft s_1 ist 0,0013 zu nehmen; die Rechnung ist bis auf 7 Dezimalen incl. fortzusetzen.

84. (Ph.) Das Manometer einer Lokomotive zeigt einen Druck von 6 kg auf den Quadratzentimeter. Wenn nun diese Lokomotive mit vollem Drucke eine Meile (7500 m) weit fährt, ihre beiden Cylinder mit Abrechnung der Kolbenstärke 0,6 m lang sind und 0,1 Quadratmeter Durchschnitt haben, die Triebräder aber einen Umfang von 6 m besitzen, wie viel mechanische Arbeit hat sie geliefert und wieviel Wasser ist durch die Cylinder verbraucht worden, wenn die Dichtigkeit des Dampfes bei jener Spannung 0,00306 der Dichtigkeit des Wassers bei 0^0 ist?

85. (Ch. mit Min.) Was versteht man unter Säuren, Basen und Salzen, was unter ein- und mehrbasischen Säuren, unter ein- und mehrsäurigen Basen, sowie unter neutralen, sauren und basischen Salzen? Nach welchen Methoden können Salze hergestellt werden? Mit Angabe von Beispielen, welche durch chemische Formeln auszudrücken, beziehungsweise durch Formelgleichungen zu erläutern sind.

1876. 86. (Alg.) Es ist der Ausdruck: $a^5 + b^5$
1) in seine binomischen Faktoren zu zerlegen, und
2) in Form einer Determinante darzustellen.

87. (Geom.) Von einem Dreiecke sind der Umfang, ein Winkel und die zur Gegenseite dieses Winkels gehörige Höhe gegeben. Man konstruiere das Dreieck.

88. (Ster.) Von dem einem regelmäßigen Tetraeder mit der Kante a umschriebenen Kegel ist durch eine mit der Grundfläche parallele Ebene ein Kegelstumpf abgeschnitten, dessen Mantel gleich der Oberfläche des Tetraeders ist. Wie groß ist der Inhalt der Schnittfläche?

89. (Trig.) Von einem gleichschenkligen Paralleltrapeze kennt man die beiden parallelen Seiten a und b und den an der längeren Parallelseite a liegenden Winkel α.

Es soll der Radius des unbeschriebenen Kreises gefunden werden.

$a = 9\,m$, $b = 5\,m$, $\alpha = 2^0\ 55'\ 15''$.

90. (Darst. Geom.) Von einer vierseitigen Pyramide ist gegeben die Grundfläche als Rechteck, die Höhe, ferner das Verhältnis der einer Seitenfläche angehörigen Seitenkanten und endlich der Winkel dieser Seitenfläche mit der ihr gegenüberliegenden Fläche. Die Pyramide auf beide Tafeln zu projiciren, deren Wahl möglichst bequem getroffen werden kann.

91. (Ph.) Zwei schiefe Ebenen ABC und DBE stoßen in B aneinander, so daß AB und BD in eine Horizontale fallen. Eine Kugel rollt die schiefe Ebene EB herab, kommt in B mit einer Geschwindigkeit $= c$ an und geht auf die schiefe Ebene BC über. Wie groß ist der Verlust an lebendiger Kraft in B, und wie weit rollt die Kugel die schiefe Ebene BC hinauf?

Gewicht der Kugel $= p$ Pfund
Winkel EBD $= 2\,\alpha$
" CBA $= \alpha$

Die Reibung wird nicht berücksichtigt.

92. (Ph.) Auf eine hinlänglich dicke horizontal liegende Eisplatte von 0^0 Temperatur bringt man eine Metallkugel von dem Radius $r = 2^1/_2$ cm, dem spezifischen Gewichte $s = 7{,}5$, der mittleren spezifischen Wärme $w = 0{,}13$ und der Temperatur $t = 200^0$ C. Wie tief unter der Oberfläche der Platte wird sich der Mittelpunkt der Kugel befinden, nachdem ihre Temperatur auf 0^0 herabgesunken ist, wenn von einem Wärmeverlust an die Umgebung abgesehen wird?

93. (Ch. mit Min.) Was versteht man unter Sulfiden, und nach welchen Methoden können sie dargestellt werden? Wie heißen die in der Natur vorkommenden, und durch welche physikalischen und chemischen

Eigenschaften zeichnen sich diese aus? Durch welche Mittel und Wege werden die natürlichen Sulfide zu Metall reduziert? (Die Darstellungsweisen und Reduktionen sind durch chemische Formeln bezw. Formelgleichungen zu erläutern.)

1877. 94. (Alg.) In der Gleichung:

$$x^4 - 10x^3 + 36x^2 + ax + 11 = 0$$

ist die Summe des ersten und zweiten Wurzelwertes $= 6$. Man bestimme den Koeffizienten a und die Wurzeln der Gleichung.

95. (Geom.) Man beweise folgenden Lehrsatz: Verbindet man in einem Dreieck die Fußpunkte der drei Höhen, so entsteht ein neues Dreieck, welches zum Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises den Schnittpunkt der 3 Höhen des ersten Dreiecks hat.

96. (Ster.) Eine Kugel mit gegebenem Radius r soll durch eine Ebene so geschnitten werden, daß der Mantel des kleineren Segements das arithmetische Mittel sei zwischen jenem des größeren und der Fläche des Kugelschnittskreises. Welche Werte berechnen sich für die Höhen der beiden Segmente, und welche einfache Konstruktion für die kleinere der beiden Strecken läßt sich aus dem hiefür erhaltenen Resultate ableiten?

97. (Trig.) Bezeichnen r und ρ beziehungsweise die Radien der um und in das Dreieck ABC beschriebenen Kreise, so finden folgende Relationen statt, deren Richtigkeit nachzuweisen ist:

$$\frac{\rho}{r} = 4 \sin \tfrac{1}{2} A \sin \tfrac{1}{2} B \sin \tfrac{1}{2} C$$

$$1 + \frac{\rho}{r} = \cos A + \cos B + \cos C$$

98. (Darst. Geom.) Von einem einerseits begrenzten dreiseitig-prismatischen Raume kennt man die

Grundfläche, sowie die Winkel derselben mit zwei Seitenflächen und außerdem auf zwei Seitenkanten je einen Punkt. Durch diese beiden Punkte eine Ebene so zu legen, daß das Schnittdreieck einem Quadrate von vorgeschriebener Größe gleich werde, und hierauf das Netz entstehenden schief abgeschnittenen Prismas herzustellen.

99. (Ph.) Eine cylindrische gußeiserne Glocke wird, die Oeffnung nach unten gekehrt, a = 15 Meter tief in das Meer gesenkt. Die Höhe des Cylinders ist h = 1,664 m, und die den Atmosphärendruck messende Wassersäule soll zu b = 10,336 m angenommen werden. Bis zu welcher Höhe dringt das Wasser in die Glocke ein?

100. (Ph.) Ein gerader Balken von *l* Meter Länge und P Kilogr. Gewicht ist mit seinem unteren Ende A in einem an einer vertikalen Wand befestigten Gelenke drehbar; das obere Ende B ist mit einem (gewichtslos gedachten) Seile verbunden, welches über eine ebenfalls an der vertikalen Wand, c Meter über dem Gelenke, angebrachte Rolle geschlungen ist. Der Schwerpunkt des Balkens ist vom unteren Ende a Meter entfernt. Welches Gewicht muß am freien Ende des Seiles wirken, wenn der Balken unter dem Neigungswinkel α gegen die Vertikale im Gleichgewichte sein soll? Wie groß sind die in A vorhandenen Drucke?

101. (Ch. mit Min.) Welches ist die Charakteristik der Sulphate und Carbonate; welche sind die wichtigsten in der Natur vorkommenden Sulphate und Carbonate, und wie sind diese natürlich vorkommenden Verbindungen chemisch konstituiert?

1878. 102. (Alg.) Die drei ersten Glieder einer arithmetischen Reihe zweiter Ordnung sind 3, 8, 15, die vier ersten Gleder einer arithmetischen Reihe dritter Ordnung $-400^3/_4$, $-402^3/_4$, $-398^3/_4$, $-387^3/_4$; addiert man in beiden Reihen die x ersten Glieder, so sind die erhaltenen Summen einander gleich. Wie groß ist x?

103. (Geom.) In einer Ebene sind zwei Kreise und für jeden die Anfangslage eines Radius gegeben. — Drehen sich nun diese beiden Radien aus ihren Anfangslagen im nämlichen Sinne gleichförmig und in der nämlichen Zeit beide um den nämlichen Winkel, welchen Ort beschreibt dann die Mitte der Verbindungslinie der Radienendpunkte? (Darf auch analytisch behandelt werden.)

104. (Ster.) Um einen senkrechten Cylinder, dessen Höhe $n = 1^1/_2$ mal so groß ist als der Radius der Grundfläche, sei eine Kugel beschrieben. Wie verhält sich das Volumen der von den Grundflächen des Cylinders begrenzten Kugelzone zu dem eines Kugelsegments, das durch eine der Grundflächen abgeschnitten wird?

105. (Trig.) Von einem rechtwinkligen Kugeldreieck ist die Fläche $F = \frac{\pi}{5} r^2$ und die eine den rechten Winkel begrenzende Seite $a = \frac{\pi}{3} r$ gegeben. Es sollen die übrigen Seiten und Winkel des Dreiecks berechnet werden.

106. (Darst. Geom.) Einen Würfel von gegebener Kante so auf beide Tafeln zu projicieren, daß eine Diagonale dieses Körpers auf einer bekannten Geraden liegt, und daß die Horizontalprojektion einer Kante halb so groß als diese selbst wird.

107. (Ph.) Durch ein Geschoß, welches mit einer Anfangsgeschwindigkeit $c = 600$ m unter einem Elevationswinkel $\alpha = 30^0$ abgefeuert wurde, ward eine $h = 100$ m über dem Horizonte des Geschosses liegende Turmspitze getroffen. 1) Wieviel beträgt die horizontale Entfernung des Turmes vom Geschosse, 2) mit welcher Geschwindigkeit wird die Turmspitze getroffen, 3) welche lebendige Kraft besitzt die 5 Kilogramm wiegende Kugel beim Anprall, 4) wie groß würde die Wurfweite und höchste Erhebung des Geschosses gewesen sein? Die einzelnen Teile der Aufgabe sind kurz zu begründen.

108. (Ph.) Wie groß ist der äußere Radius einer Kugelschale von der Dicke δ, wenn das spezifische Gewicht derselben $= s_1$ ist, das hohle Innere mit einem Stoffe vom spezifischen Gewicht σ gefüllt wird und die Kugel in einer Flüssigkeit vom spezifischen Gewichte s_2 schwimmen soll? In welchen Fällen ist die Aufgabe unmöglich?

Beispiel: $\delta = 0,5$ cm; $s_1 = 8,9$; $\sigma = 0,9$; $s_2 = 1,543$.

109. (Ch. mit Min.) In welchen allotropischen Modifikationen kommt der Kohlenstoff in der Natur vor, und was für Eigenschaften zeichnen jede derselben aus; auf welche Weise bilden sich die gasförmigen Sauerstoffverbindungen des Kohlenstoffs, und wodurch sind diese charakterisiert?

1879. 110. (Alg.) Die Wurzeln der Gleichung:

$$x^7 + 8x^6 + 18x^5 + 9x^4 + 9x^3 + 18x^2 + 8x + 1 = 0$$

zu finden.

111. (Trig.) In einem Sehnenviereck ABCD sind die vier Seiten AB = a, BC = b, CD = c, DA = d gegeben. Man soll tan $^1/_2$ A, tan $^1/_2$ B, den Flächeninhalt des Kreisvierecks und den Halbmesser des umschriebenen Kreises bestimmen.

112. (Geom.) Von einem Dreiecke kennt man das Quadrat, welches dem Rechteck aus zwei Seiten des ersteren gleich ist, sodann die zur dritten Seite gehörige Mittellinie und endlich den Winkel der beiden zuletzt genannten Geraden; das Dreieck zu konstruieren.

Determination.

113. (Ster.) Wenn man durch die Mittelpunkte von je drei in einer Ecke zusammenstoßenden Kanten eines beliebigen Tetraeders Ebenen legt, so entsteht ein Oktaeder. Es soll

1) das Verhältnis der Rauminhalte des Oktaeders und Tetraeders bestimmt,

2) bewiesen werden, daß die Diagonalen dieses Oktaeders sich halbierend schneiden, und

3) ist anzugeben, wann zwei dieser Diagonalen einander gleich oder zu einander senkrecht sind.

114. (Darst. Geom.) Gegeben sind drei Punkte m, a, n; der am weitesten von der Horizontalebene (T_1) entfernte Punkt a ist Endpunkt eines in der Ebene m a n liegenden regelmäßigen Dreiecks a b c von gegebener Seite, bei welchem die Richtung der Seite a b mit der Horizontalebene (T_1) einen Winkel bildet, welcher gleich der Hälfte des Neigungswinkels der Ebene m a n mit der T_1 ist. Das Dreieck a b c bildet die Grundfläche einer Pyramide a b c s, von welcher noch gegeben sind, die Seitenkante a s, der Winkel derselben mit der Grundkante a b (s a b > c a b) und der stumpfe Neigungswinkel der Seitenfläche a c s mit der Grundfläche. Es sollen die Projektionen der Pyramide gezeichnet werden.

115. (Ph.) Unter 60 Liter einer Flüssigkeit, deren spezifisches Gewicht = 1,2 deren spezifische Wärme = 0,8 ist, werden 3 kg Eis gebracht. Die Temperatur des Eises ist 0^0, die der Flüssigkeit 30^0. Welche gleichmäßige Temperatur wird die Mischung zeigen, wenn keine Wärme verloren geht?

116. (Ph.) Auf ein cylindrisches, allseitig geschlossenes, Gefäß (Querschnitt a qcm, Höhe h cm) ist ein anderes cylindrisches, oben offenes Gefäß aufgeschraubt, dessen Querschnitt b qcm beträgt, und das mit ersterem durch einen Hahn mit einer Bohrung in Verbindung gesetzt werden kann. Das obere Gefäß ist bis zur Höhe l cm mit Wasser gefüllt, das untere enthält Luft, deren Druck einer Wassersäule von p cm gleichkommt. Oeffnet man den Hahn, so fließt Wasser in das untere Gefäß,

und es soll berechnet werden, in welcher Höhe dasselbe im oberen Cylinder stehen bleibt.

(Frage: Kann das Wasser aus dem oberen Cylinder nicht ganz ausfließen?)

117. (Ch.) Das Blei, seine Mineralien mit Angabe der chemischen Formeln und der Krystallform. Die hüttenmännische Gewinnung und die Eigenschaften dieses Metalls. Aufzählung seiner technisch-wichtigen Verbindungen, ihrer chemischen Zusammensetzung, Darstellungsweise, Eigenschaften und Anwendung. In allen Fällen sollen die chemischen Prozesse auch durch Formelgleichungen erläutert werden.

1880. 118. (Alg.) Es soll der Ausdruck:

$$x^{10} + a^4 x^6 + a^6 x^4 + a^{10}$$

als ein Produkt von fünf reellen Faktoren dargestellt werden.

119. (Trig.) Auf dem einen Schenkel eines rechten Winkels werden vom Scheitel aus die Strecken $AB = a$ und $BC = b$ aufgetragen. Wie groß muß die Entfernung AD auf dem anderen Schenkel genommen werden, damit der Winkel BDC gleich einem gegebenen Winkel α wird? z. B. $AB = a = 4$, $BC = b = 5$ und $\alpha = 22^0\ 37'\ 11{,}52''$. (Diskussion.)

120. (Anal. Geom.) Auf einer um einen gegebenen festen Punkt sich bewegenden Geraden werden durch eine gleichfalls gegebene Ellipse Sehnen ausgeschnitten. Es soll der Ort der Mittelpunkte dieser Sehnen bestimmt werden.

121. (Ster.) Der Mantel eines Kugelsegments ist doppelt so groß, als der Mantel des in dasselbe beschriebenen geraden Kegels. Wie verhält sich die Höhe des Segments zum Durchmesser der Kugel und wie das Volumen des Segments zum Kugelinhalt?

122. (Darst. Geom.) Eine vierseitige Pyramide s a b c d zu konstruieren, wenn gegeben sind: zwei Basiskanten a b und b c, der von ihnen eingeschlossene Winkel a b c, der diesem Winkel gegenüberliegende Winkel a d c in der Grundfläche, die Länge der von b ausgehenden Seitenkante b s, die beiden Winkel s b a und s b c, welche die Seitenkante b s mit den anliegenden Grundkanten a b und b c bildet, und endlich der Neigungswinkel γ der aus dem Scheitel des Winkels a d c auslaufenden Seitenkante d s zur Grundfläche. Die Pyramide soll durch eine Ebene geschnitten werden, welche die Seitenkante d s senkrecht halbiert. Die Risse des Körpers und der Schnittfigur sind in den beiden Projektionstafeln herzustellen, die so einfach als möglich gewählt werden dürfen.

123. (Ph.) In einem einseitig geschlossenen, horizontal liegenden Cylinder vom Hohlquerschnitte $f = 20$ qcm wird ein luftdicht schließender und mit Ausschluß jedes schädlichen Raumes auf der Bodenplatte anschließender Kolben, dessen Gewicht incl. Kolbenstange $p = 0,981$ kg beträgt, um die Strecke $a = 4$ dm aus seiner Anfangslage entfernt und hierauf der Wirkung des dem Barometerstande $B = 700$ mm entsprechenden Luftdrucks überlassen. Man findet, daß durch denselben der Kolben nach der Zeit $t = 1$ Sekunde in seine Anfangslage zurückgetrieben wird. Mit welchem Werte berechnet sich hieraus die gleitende Reibung des Kolbens an der Cylinderwand, wenn das spez. Gewicht des Quecksilbers mit $s = 13,6$ in die Rechnung eingeführt wird?

124. (Ph.) Einem Hohlspiegel von $c = 1$ Meter Brennweite steht in einer Entfernung von $d = 1,25$ Meter ein kleiner Planspiegel so gegenüber, daß die Achse des Hohlspiegels durch seine Mitte geht und mit seiner Ebene einen Neigungswinkel $= 45^0$ bildet. Wo liegt das von beiden Spiegeln erzeugte Bild eines leuchtenden Punktes, der $a = 3$ Meter weit vom Hohlspiegel und gleichfalls

in der Achse desselben sich befindet? Wie sind die Bilder einer in dem leuchtenden Punkte zur Achse des Hohlspiegels senkrecht stehenden Lichtlinie beschaffen.

125. (Ch. mit Min.) Wie kommt Antimon und wie Arsen in dem Mineralreiche vor, welche physikalischen und chemischen Eigenschaften besitzen diese Metalle und ihre Verbindungen; wie entstehen Arsen- und Antimonwasserstoff, wodurch ist das Verhalten dieser beiden Verbindungen in der Wärme charakterisiert, und wie unterscheiden sich beide?

1881. 126. (Geom.) Von einem Punkte außerhalb eines Kreises soll eine Sekante so gezogen werden, daß das innerhalb des Kreises befindliche Stück derselben einer gegebenen Strecke gleich ist. (Die Aufgabe ist synthetisch und algebraisch zu lösen.)

127. (Alg.) Von den Wurzeln der kubischen Gleichung:

$$x^3 + Ax^2 + Bx - C^2 = 0,$$

in der die Konstanten ABC reell sind, soll die eine Wurzel dem Produkte der beiden andern gleich sein. Welche Bedingungsgleichungen haben die Koeffizienten ABC zu befriedigen und wie heißen die Wurzeln der kubischen Gleichung?

128. (Ster.) Wird die Oberfläche einer Kugel durch die Ebene der Grundfläche eines der Kugel einbeschriebenen geraden Kegels so geschnitten, daß sich die die Kegelspitze enthaltende Calotte zu der anderen wie $(2 + \sqrt{5})$ zu 1 verhält, so steht der Inhalt des Kegels zu dem der Kugel in einem einfachen Verhältnis. Es soll dieses Verhältnis aufgesucht werden.

129. (Trig.) Zwei Sehnen gehen von demselben Punkte im Umfange eines Kreises aus und schließen den Winkel $\alpha = 107^0\ 43'\ 26''$ ein. Wie groß sind diese Sehnen, wenn ihre Summe $s = 56{,}728$ und der Radius des Kreises $r = 26{,}407$ Kilometer ist?

130. (Darst. Geom.) Es sind zwei parallele Gerade und ein Punkt gegeben und zwar so, daß alle drei zu den Tafeln eine beliebige Lage haben sollen. Gesucht ist ein Punkt, der von dem gegebenen Punkt und jenen zwei Geraden gegebene Abstände hat.

131. (Ph.) Ein Gasbehälter von 12 m Durchmesser enthält 1000 cbm Gas vom spezifischen Gewicht 0,4 (Luft = 1); sein nicht äquilibriertes Gewicht ist 6000 Kilogr. und wird während seines Einsinkens in Wasser durch drei Ketten konstant erhalten, die, über Rollen gehend, an den Leitpfeilern herabhängen und den Gewichtsverlust durch ihre Verlängerung ersetzen. Welches Gewicht muß 1 m jeder dieser Ketten haben, wenn ein ringförmiger Abschnitt des Gasometers von 1 m Höhe 800 Kilogr. wiegt? Wie groß ist der Druck des Gases (in cm Wasser ausgedrückt) über den normalen Luftdruck?

132. (Ph.) In welcher Entfernung von einander sind 2 biconvexe Linsen von 50 cm und 8 cm Brennweite aufzustellen, damit das Bild eines um 10,5 m von der größeren Linse entfernten Gegenstandes, nachdem das Licht durch beide Linsen gegangen ist, 6 cm Entfernung von der kleineren Linse hat; wie groß ist ferner dieses Bild, wenn der Gegenstand 80 cm groß ist?

133. (Ch. mit Min.) Das Chlor, sein Vorkommen in der Natur, seine Bereitungsarten, Eigenschaften und Anwendungen. Namentlich ist die Gewinnung von Kaliumchlorat und Chlorkalk ausführlich zu beschreiben.

1882. 134. (Geom.) Ein gegebenes Paralleltrapez mit den parallelen Seiten a und b und der Höhe h ist durch eine zu den parallelen Seiten parallele Linie so in zwei Trapeze zu teilen, daß die Teile den Dreiecken gleich werden, in welche das Trapez durch eine Diagonale zerlegt wird.

135. (Alg.) Von der arithmetischen Reihe:

$$x,\ 2x + a,\ 3x + 2a,\ 4x + 3a \ldots\ldots$$

und der geometrischen Reihe:

$$\frac{1}{x},\ \frac{1}{x^2},\ \frac{1}{x^3},\ \frac{1}{x^4} \ldots\ldots$$

werden je zwei, an gleichvielster Stelle stehende Glieder mit einander multipliziert. Es soll die Summe von n Gliedern der hiedurch entstehenden Reihe angegeben und untersucht werden, welche Bedingung der Wert von x erfüllen muß, damit man die Reihe ins unendliche fortsetzen kann, welche Summe diese unendliche Reihe besitzt, und welchem Grenzwerte sich das Verhältnis je zweier aufeinanderfolgender Glieder nähert, wenn man in der Reihe immer weiter fortschreitet.

136. (Ster.) Ein gleichseitiger Kegel von gegebener Höhe h und die ihm einbeschriebene Kugel werden durch eine zur Kegelgrundfläche parallele Ebene so geschnitten, daß der Mantel des abgeschnittenen Kegels und die krumme Fläche des im letzteren liegenden Kugelsegmentes sich wie die Zahlen m und n verhalten. Es soll

1) der Abstand der Schnittebene von der Kegelspitze durch Rechnung gefunden,

2) dieser Abstand für den Wert 2 des Quotienten m : n dem aus der Strecke h gezeichneten Achsenschnitt des Kegels und der Kugel ankonstruiert, und

3) untersucht werden, für welche Werte von m : n es keine Lösung, eine Lösung oder zwei Lösungen der Aufgabe gibt.

137. (Trig.) Um ein Viereck ABCD mit den gegebenen Seiten a, b, c, d ist ein Kreis beschrieben; wie groß sind die Winkel und der Inhalt des Vierecks in Formeln, die zur numerischen Berechnung geeignet sind? Beispiel: a = 25; b = 9; c = 21; d = 35.

138. (Darst. Geom.) Durch einen Punkt (a) soll eine Gerade gelegt werden, welche von einem Punkte (b) einen gegebenen Abstand hat und gegen eine gegebene Ebene unter einem Winkel φ geneigt ist. — Die gegebenen Stücke sind in beliebiger (allgemeiner) Lage gegen die Tafeln vorausgesetzt.

139. (Ph.) Ein Lichtstrahl trifft unter dem Einfallswinkel α eine durchsichtige planparallele Platte von der Dicke d und dem Brechungsindex n. Man soll die Verschiebung v des austretenden Strahls, d. h. den rechtwinkligen Abstand zwischen Einfallsstrahl und der Verlängerung des austretenden Strahls berechnen. Wie vereinfacht sich der zu findende Ausdruck, wenn α so klein ist, daß näherungsweise

$$\sin\alpha = \alpha,\ \cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

gesetzt werden darf.

140. (Ph.) Ein Reisender läßt von der Salisbrücke in Graubünden einen Stein auf die in jäher Tiefe fließende Albula frei fallen und beobachtet, daß vom Beginn der Bewegung bis zur Wahrnehmung des Schalles, welcher durch das Aufschlagen des Steines auf die Wasserfläche erzeugt wird, eine Zeit von n = 4 Sekunden verstreicht. Wie viel (ganze) Meter durchfiel der Stein?

Anmerkung. Die Geschwindigkeit des Schalles soll zu c = 340 m, die Erdacceleration g zu 9,8 m gerechnet und der Luftwiderstand außer acht gelassen werden.

141. (Ch. mit Min.) Wie kommt das Quecksilber im Mineralreiche vor; wie wird es im freien Zustande gewonnen, welche Eigenschaften besitzt es, und wozu wird es verwendet? Welches sind die wichtigsten Quecksilberverbindungen; wie werden dieselben dargestellt; welche Eigenschaften haben sie, und wozu werden sie benützt?

1883. 142. (Geom.) Der Inhalt eines gleichschenkligen Dreiecks, in welchem die Summe der Grundlinie und Höhe ebenso groß ist wie die Summe der beiden Schenkel, ist a^2; wie groß ist die Grundlinie, die Höhe, der Schenkel, sowie der Radius des dem Dreiecke einbeschriebenen Kreises?

143. (Alg.) In der Gleichung:

$$0 = x^6 - 2x^5 - 7x^4 + 6x^3 + 18x^2 + hx + k$$

sind die Coeffizienten h und k reelle Zahlen und ist $1 + \sqrt{-1}$ ein bekannter Wurzelwert. Es sollen h und k und die übrigen Wurzelwerte gefunden werden.

144. (Ster.) Einer Kugel vom Radius r ist ein reguläres Tetraeder eingeschrieben. Wie groß ist die Oberfläche eines Kegelstutzes, der aus einem gleichseitigen Kegel entstanden ist und bei welchem die Durchmesser der beiden Grundflächen sich wie 1 : 2 verhalten, wenn der Inhalt des Stutzes gleich dem Unterschied von Kugel und Tetraeder ist?

145. (Trig.) An einem Orte fand man die Höhe der Sonne zur Zeit ihrer Kulmination $h = 51^0\ 45'$ und drei Stunden später $h_1 = 39^0\ 30'$; es ist die Deklination der Sonne, sowie auch die Polhöhe des Beobachtungsortes zu berechnen.

146. (Darst. Geom.) Von einem schief abgestutzten vierseitigen Prisma kennt man die Grundfläche, den Winke derselben mit einer Seitenkante, die Länge zweier eine Seitenfläche angehörigen Seitenkanten, ferner den Winkel einer der letzteren mit der zwischenliegenden Grundkante und endlich den Winkel der Basis mit der Schnittfläche, den Körper auf beide Tafeln zu projizieren, wenn dieselben beliebig gewählt werden können.

147. (Physik.) Eine beiderseits offene Glasröhre, deren überall gleicher Querschnitt $q = 1$ qcm beträgt, wird lotrecht bei $b = 716$ mm Barometerstand und $t = 10^0$ C Temperatur so tief in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß getaucht, daß blos noch ein $a = 115$ mm langes Stück der Röhre aus dem Quecksilber hervorragt; alsdann wird das obere Ende der Röhre luftdicht verschlossen.

1) Welches Gewicht (—mgr—) besitzt das abgesperrte Luftvolumen, wenn die Luft vollkommen trocken angenommen, das spezifische Gewicht derselben bei 760 mm Barometerstand und 0^0 C in Bezug auf Wasser von 4^0 C näherungsweise $= 0{,}0013$ und der Ausdehnungscoefficient der Luft $\gamma = \frac{11}{3000}$ annähernd gesetzt wird?

2) Um welche Länge muß die Röhre senkrecht aus dem Quecksilber gezogen werden, wenn die abgesperrte Luft das $m = 4$fache des ursprünglichen Volumens annehmen soll?

148. (Physik.) Ein Strahl einfarbigen Lichtes fällt auf ein gleichschenkliges Crownglasprisma, dessen brechender Winkel 90^0 beträgt; seine Richtung ist der dem letzteren gegenüberliegenden Prismenfläche parallel und liegt in einer Ebene, die auf der brechenden Kante senkrecht steht. Welchen Weg legt der Strahl im Prisma zurück und wie groß ist seine Totalablenkung, nachdem er wieder aus demselben ausgetreten ist? Brechungs-Index $= {}^3/_2$.

149. (Ch. und Min.) Vorkommen des Kupfers in der Natur, seine hüttenmännische Gewinnung, Darstellung, Eigenschaften und Anwendung seiner wichtigsten Verbindnngen. In allen Fällen sollen die chemischen Prozesse durch chemische Gleichungen erläutert werden.

1884. 150. (Alg.) Die Werte von x zu finden, welche der Gleichung

$$\begin{vmatrix} x - 1 & x^2 - 1 & x^3 - 1 \\ 2x - 4 & x^2 - 4 & x^3 - 8 \\ 3x - 9 & x^2 - 9 & x^3 - 27 \end{vmatrix} - 2 = 0$$

genügen.

151. (Geom.) Zu einer Dreieckseite BC eine Parallele so zu ziehen, daß dieselbe die mittlere geometrische Proportionale zu den auf der Seite AB gebildeten Abschnitten wird. (Rein geometrisch und algebraisch zu lösen.)

152. (Ster.) Eine Halbkugel wird durch eine Ebene parallel zu ihrer Grundfläche in 2 Körperteile zerlegt, welche gleiche Gesamtoberflächen haben; in welchem Verhältnis stehen die Rauminhalte der beiden entstandenen Teile?

153. (Trig.) In einem Kreise vom Radius r = 2,5 dm befindet sich über einer Sehne von a = 3,6 dm ein Dreieck, dessen Spitze mit einem der Punkte zusammenfällt, durch welche der Bogen des größeren Abschnittes in drei gleiche Theile zerlegt wird. Wie groß ist die Fläche dieses Dreiecks?

154. (Darst. G.) Durch eine zu den Tafeln beliebig liegende gegebene Gerade A eine Ebene zu legen, die mit einer durch 3 beliebige Punkte a, b, c gegebenen Ebene einen gegebenen Winkel α bildet, und sie durch ihre Spuren zu bestimmen.

155. (Ph.) Die Länge des Sekundenpendels beträgt in Paris L = 0,99385 Meter; eine Uhr, die in Paris Sekunden schlug, ging in Cayenne täglich 128 Sekunden zu spät. Um wie viel mußte das Pendel an letzterem Orte verkürzt werden, damit die Uhr wieder richtig ging?

156. (Ph.) Aus einer homogenen Kreisfläche vom Radius r soll ein die Peripherie berührender Kreis von solcher Größe ausgeschnitten werden, daß der Schwerpunkt der bleibenden excentrischen Ringfläche in die Peripherie des inneren Kreises fällt. Wie groß ist der Radius dieses letzteren? Geometrische Deutung und Konstruktion des Resultates.

157. (Chemie und Mineralogie.) Es sollen die Mineralien des Calciums, Bariums und Strontiums aufgezählt und technisch-wichtige Verbindungen dieser Metalle sowohl in Bezug auf ihre Bereitungsweise, wie auf Anwendung beschrieben werden.

1885. 158. Zwischen den Wurzeln α, β, γ, δ der Gleichung

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 20 = 0$$

besteht die Beziehung

$$\alpha + \beta = \gamma + \delta$$

Wie heißen diese Wurzeln?

159. (Geom.) Ein Dreieck zu konstruieren aus einem Winkel, dem Verhältnisse der beiden ihn einschließenden Seiten und aus dem Umfang desselben. Determination.

160. (Ster.) Ein regelmäßiges Tetraëder von der Kantenlänge a und der ihm einbeschriebene Kegel sind von einer zur Kegelgrundfläche parallelen Ebene so geschnitten, daß die Gesamtoberfläche des abgeschnittenen Kegels der Mantelfläche des Kegelstumpfes gleich ist. Es soll

1. die Schnittfigur des Tetraëders und der Ebene nach ihrem Flächeninhalte berechnet,
2. der Abstand der Schnittebene von der Spitze dem aus der Strecke a gezeichneten Achsenschnitte des Kegels ankonstruiert werden.

161. (Trig.) In einem Kreise, dessen Radius $r = 100$ m, ist ein Dreieck beschrieben, dessen Winkel 40^0, 60^0 und 80^0 betragen; wie groß ist der Radius des in dieses Dreieck beschriebenen Kreises?

162. (Darst. G.) Von einem rechtwinkeligen Parallelepiped mit der Grundfläche abcd und der gleichliegenden Deckfläche $\alpha\beta\gamma\delta$ ist die Diagonale ac der Grundfläche durch ihre im Raume liegenden Endpunkte und überdies die Eigenschaft gegeben, daß die Ecke b auf einer zu ac windschiefen Geraden G liegt. Man soll hieraus, sowie aus der bekannten Länge l der Seitenkanten das Parallelepiped konstruieren und durch zwei Projektionen darstellen.

163. (Ph.) Ein Gefäß, das in Bezug auf Wärme als unausdehnbar betrachtet werden soll, wird bei 0^0 Temperatur und 760 mm Barometerstand mit trockener Luft gefüllt, alsdann fest verschlossen und hierauf bis $t = 1200^0$ C erhitzt. Wie viel Atmosphären Druck haben die Gefäßwände von innen nach außen auszuhalten?

Der Ausdehnungscoefficient der Luft ist $\gamma = 0{,}003665$ zu setzen und die Rechnung auf zwei Decimalen genau zu geben.

164. (Ph.) Von zwei mit gleicher Geschwindigkeit geworfenen Geschossen erreicht das eine die größte Wurfweite, das andere fällt in halber Entfernung nieder. Unter welchem Winkel wurde das letztere abgeschossen?

165. (Chemie und Mineralogie.) Es soll der Hohofenprozeß in seinen Einzelheiten beschrieben und angegeben werden,

a) welche Erze sich hiezu eignen und welche chemische Zusammensetzung und Krystallform diesen zukommt;
b) welche Eisensorten dabei resultieren können;
c) welche Eigenschaften in physikalischer und chemischer Beziehung diese besitzen und
d) wozu sie Verwendung finden.

1886. 166. (Alg.) Die independente Form des allgemeinen Gliedes der für die rationale Bruchfunktion

$$\frac{2 - x}{2 - x - 4x^2 + 3x^3}$$

möglichen Potenzreihe nach x direkt zu entwickeln, daraus die 4 ersten Glieder der Reihe zu bestimmen und die Grenzen der Giltigkeit anzugeben.

167. (Geom.) Von einem Dreieck ABC kenne man die Seite BC gleich einer gegebenen Strecke a, die Halbierungslinie des Winkels A von A bis BC genommen, gleich einer Strecke m und das Verhältnis der Seiten AB und AC gleich dem der gegebenen Strecken p u. q. Es soll das Dreieck konstruiert werden. Determination, ausgedrückt durch a, m und die Maßzahlen p und q der gleichnamigen Strecken.

168. (Ster.) Wie hoch muß man sich über die Erdoberfläche erheben, um eine Fläche f = 76000 qkm (etwa der Größe Bayerns entsprechend) übersehen zu können, wenn die Erde als Kugel mit dem Radius r = 6360 km angenommen wird?

169. (Trig.) Von einem Tetraeder kennt man die drei in einer Ecke zusammen stoßenden Kanten SA = 5 m, SB = 7 m, SC = 8 m und die Winkel BSC $= \alpha = 39^0 25'$, ASC $= \beta = 47^0 18'$, endlich ASB $= \gamma = 28^0 40'$. Wie groß ist das Volumen dieses Körpers?

170. (Darst. Geom.) Man soll einen Punkt bestimmen, der von einer gegebenen Geraden A einen gegebenen Abstand r hat und außerdem von drei gegebenen Punkten a, b, c gleichweit entfernt ist. Die gegebenen Stücke sind in beliebiger (allgemeiner) Lage gegen die Tafeln vorausgesetzt.

171. (Ph.) Eine an sehr dünnem Platindraht befestigte Glaskugel, deren wahres Gewicht gleich p ist,

wiegt in der Luft q = 12500 mg, in reinem Wasser von 4^0 C a = 7500 mg und in Olivenöl b = 7975 mg. Wenn man den Platindraht als gewichtslos betrachtet, das spezifische Gewicht der Luft während der Wägungen angenähert δ = 0,0013 setzt (bezogen auf Wasser von 4^0 C Temp.), wie groß ist alsdann p und das spezifische Gewicht des Olivenöls?

Ist der Fehler beträchtlich, wenn man statt p einfach q setzt?

172. (Ph.) Unter welchem Winkel muß eine schiefe Ebene geneigt sein, damit sie von einem ohne Reibung gleitenden Körper in der gleichen Zeit durchlaufen wird, in welcher ein mathematisches Pendel von der gleichen Länge eine Schwingung vollendet?

173. (Ch. m. Min):

a) Wie wird die Schwefelsäure dargestellt; welche Arten derselben unterscheidet man und welche Eigenschaften besitzen dieselben? durch welche Reaktionen läßt sich die Schwefelsäure in ihren Salzen nachweisen?

b) Kurze mineralogische Beschreibung der zur Schwefelsäurefabrikation angewandten Rohmaterialien.

1887. 174. (Alg.) Die Gleichung

$$3x^3 + 18x^2 + 24x + 8 = 0$$

aufzulösen.

175. (Geom.) Durch ein gegebenes Dreieck eine Parallele zur Grundlinie so zu ziehen, daß sie die mittlere geometrische Proportionale zu den Abschnitten einer Seite wird.

176. (Ster.) Ein regelmäßiges Tetraeder ist durch die Länge einer Kante (l) gegeben, ferner ein Punkt des Innern, welcher keiner Höhe angehört. Es ist zu beweisen, daß die Summe der Entfernungen jenes Punktes von den Seitenflächen des Tetraeders konstant ist, sie soll durch l ausgedrückt und planimetrisch konstruiert werden.

Die besonderen Fälle sind zu erörtern, wenn der gewählte Punkt in einer Seitenfläche, einer Kante des Tetraeders liegt, der Mittelpunkt oder ein Eckpunkt desselben ist.

Wie lautet der Satz, wenn der Punkt außerhalb des Tetraeders liegt? Gilt der Satz auch für andere Tetraeder als regelmäßige?

177. (Trig.) Ein Dreieck zu berechnen aus der Differenz zweier Seiten $a—b = d$, dem Winkel α und dem Abstande e der kleineren Seite vom Mittelpunkte des umschriebenen Kreises.

(Als Beispiel: $d = 2,5$ m; $e = 2,3$ m und $\alpha = 58^0\ 27'36''$.)

178. (Darst. Geom.) Ueber der Grundfläche eines Sehnenvierecks a b c d steht eine Pyramide, von welcher der Radius R der umschriebenen Kugel, die Höhe h und die Neigung α der der Ecke a zugehörigen Seitenkante zur Ebene der Grundfläche gegeben sind. Man soll die Pyramide konstruieren und nach einem Trapeze schneiden, für welches die Längen l_1 und l_2 der beiden Parallelseiten vorgeschrieben sind.

Das hiedurch entstandene Gebilde ist in 2 Projektionen darzustellen.

179. (Ph.) Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit $c = 5$ m eine genügend lange schiefe Ebene hinaufgestoßen; der Neigungswinkel der schiefen Ebene gegen den Horizont beträgt $\alpha = 10^0$; als Hindernis der Bewegung soll nur die gleitende Reibung, deren Koeffizient $f = 0,4$ ist, in Betracht gezogen werden.

1. Nach welcher Zeit befindet sich der Körper in einem $h = 1$ m über dem Horizonte gelegenen Punkte?

2. Welchen Punkt der schiefen Ebene kann der Körper nur erreichen?

180. (Ph.) Eine Glaskugel mit atmosphärischer Luft von 760 mm Druck und 0° Temperatur wurde gewogen und alsdann unverschlossen auf 100° C erwärmt, hierauf verschlossen und wieder gewogen. Dabei fand sich, daß eine Luftmenge von 1 gr Gewicht ausgetreten war. Wie groß war das Gewicht der darin befindlichen Luft bei 0° und das Volumen der Kugel, wenn der Ausdehnungskoeffizient der Gase $\alpha = 0{,}003665$, der lineare des Gases $= 0{,}00000861$ und das spezifische Gewicht der Luft $s = 0{,}001293$ ist?

181. (Chem. mit Min.) Das Wasser. Wie ist das Wasser zusammengesetzt; auf welche Weise kann es in seine Elemente zerlegt und daraus wieder hergestellt werden? Nach welchen Methoden wurde die quantitative Zusammensetzung desselben ermittelt?

Wie unterscheidet sich das Quellwasser von reinem Wasser, und wie wird letzteres aus ersterem bereitet?

Welches sind die bemerkenswertesten physikalischen Eigenschaften des reinen Wassers? Wie wirkt es auf die wichtigsten Metalle bei gewöhnlicher oder bei höherer Temperatur ein? Welche Rolle spielt das Wasser bei der Krystallisation von Salzen, sowie bei der Bildung und Zersetzung von Mineralien?

III. Abschnitt.

Real-Schulen.

1869. 1. Welches ist der Wert von x in folgender Gleichung:

$$\frac{(a - b)^2}{a + b} - \frac{2\,ab - x + b^2}{a - b} = \frac{x + a^2}{a + b} - \frac{x + 2\,b^2 - a^2}{2\,b}$$

2. Logarithmische Berechnung des Wertes von:

$$\sqrt{\frac{274{,}56^3\sqrt[3]{0{,}0432}}{17524}} - \frac{24{,}5\sqrt[3]{27456\sqrt{137}}}{41200}.$$

3. Ein Kapital beträgt mit den fünfjährigen einfachen Zinsen 5943 fl. 45 kr.; ein viermal so großes Kapital beträgt mit seinen vierjährigen einfachen Zinsen bei gleichen Prozenten 22824 fl. Wie groß ist das erste Kapital und zu welchem Zinsfuß ist es angelegt?

4. Eine Erbmasse von 58000 fl. soll unter 5 Erben verteilt werden; unter die Kinder, deren eines 18, das andere 16 und das dritte 12 Jahre alt ist, im umgekehrten Verhältnisse des Alters; die Ansprüche der beiden anderen Erben sind derart, daß der eine $4^1/_6$ % mehr als das älteste, der andere $8^1/_3$ % weniger bekommt, als das jüngste Kind erhält. Die Taxen betragen für jedes Kind 2 Pf., für die beiden andern Erben 3 Kreuzer vom Gulden. Wieviel erhält jeder Erbe

a) vor Abzug, und

b) nach Abzug der gerichtlichen Taxen?

5. Ein Dreieck ist so in 3 Teile zu teilen, daß sich die Teile verhalten wie 1 : 2 : 3, und die Teilungslinien durch einen Punkt gehen, der auf einer Seite des Dreiecks liegt.

6. Es soll durch Konstruktion die Basis eines Kegels bestimmt werden, welcher mit einem gegebenen Cylinder gleiche Höhe und gleichen Rauminhalt hat.

7. Es sind die Winkel und der Inhalt eines Dreiecks zu finden, dessen Seiten sind:

$$a = 156,\ b = 133,\ c = 205.$$

8. (Darst. Geom.) Es soll der Schnitt einer vierseitigen Pyramide mit einer Ebene, welche zu keiner der Projektionstafeln senkrecht steht, projicirt und die wahre Gestalt der Schnittfigur konstruiert werden.

9. Was versteht man unter Dichte, was unter spezifischem Gewichte eines Körpers, und wie bestimmt man das spezifische Gewicht von flüssigen und festen Körpern? Die einzelnen Bestimmungsmethoden sollen durch selbstgewählte Zahlenbeispiele erläutert werden.

10. Was ist Verbrennung, unter welchen Bedingungen ist eine Verbrennung möglich, und welche Körper brennen mit Flamme und welche ohne Flamme?

1870. 11. Es soll der nachstehende Ausdruck möglichst vereinfacht werden:

$$\left[\sqrt[3]{a x^2} + 3x \sqrt[3]{a x^{-1}} - 2a \sqrt{\frac{8 x^2}{a^2}} + 2a^{-2} \sqrt[3]{a^7 x^2}\right] \cdot \left[\frac{2x}{a}\sqrt{\frac{a}{x}} - \frac{a^2}{x}\sqrt{\left(\frac{a}{x}\right)^{-3}}\right]$$

Es soll die Gleichung:

$$\frac{6x + 5a}{12x + 4a} - \frac{3x + 4a}{3x + a} = \frac{2x - 5a}{9x + 3a} - \frac{13}{12}(2x + a)$$

nach x aufgelöst werden.

13. Jemand, der 8 Jahre lang jährlich die Summe von 1000 Gulden zu zahlen hat, will seine ganze Schuld mit dem ersten Zahlungstermine tilgen. Welche Summe hat derselbe zu bezahlen, wenn die Zinseszinsen mit 4% in Rechnung gebracht werden?

14. Zu welcher Zeit und zu welchem gemeinschaftlichen Zinsfuße können nachstehende Kapitalien ohne Nachteil für Gläubiger und Schuldner auf einmal zurückbezahlt werden: 2000 fl. per 2 Monate à $3\frac{1}{2}$%, 1500 fl. per 3 Monate à 4%, 1000 fl. per 4 Monate à $4\frac{1}{2}$% und 500 fl. per 5 Monate à 5%? (Da diese Aufgabe zweierlei Lösungen zuläßt, so ist die Richtigkeit des gefundenen Resultates durch Probe nachzuweisen.)

15. Es soll ein Dreieck konstruiert werden, von welchem eine Seite, der gegenüberliegende Winkel und eine Höhe gegeben ist.

16. Unter welchen Bedingunger sind Parallelogramme ähnlich, und wie verhalten sich die Flächenräume ähnliche Parallelogramme? Beweis.

17. Ein Cylinder hat zur Grundfläche einen Kreis mit dem Radius r = 3,08 m und wird durch eine Ebene, welche parallel zu seiner Achse und von dieser um 1,5 m entfernt ist, in 2 Teile geteilt. Wie verhalten sich die räumlichen Inhalte dieser Stücke zu einander?

18. (Darst. Geom.) Eine vierseitige Pyramide zu zeichnen, von welcher die Grundfläche, eine Seitenfläche

und der Winkel gegeben ist, den die Seitenflächen mit der Grundfläche bilden, und das Netz der Pyramide zu konstruieren. Die Grundfläche soll im übrigen ein Quadrat mit der Seite = 3 cm sein, die Seiten der gegebenen Seitenfläche sollen = 1 cm 5 mm und = 4 cm werden und der Winkel dieser Seitenfläche mit der Grundfläche 36° betragen.

19. Warum kann bei einem Quecksilberthermometer aus dem Steigen und Fallen der Quecksilbersäule auf die Temperatur des umgebenden Raumes geschlossen werden? Wie bestimmt man ferner die beiden fixen Punkte eines Thermometers, und wodurch unterscheiden sich die Einteilungen nach Celsius, Réaumur und Fahrenheit? Wieviele Grade Celsius und Fahrenheit sind 13° Réaumur, wieviele Grade Réaumur und Celsius geben —40,8° Fahrenheit, und endlich wieviele Grade Réaumur und Fahrenheit sind 52° Celsius?

20. Auf welche Weise können Metalle oxydiert und deren Oxyde wieder reduziert werden?

1871. 21. Es soll der Ausdruck:

$$\left(\sqrt[7]{a^2 \sqrt[3]{a}}\right)^3 + a \sqrt[3]{\frac{1}{a^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}}$$

$$- \sqrt[26]{\frac{a}{\sqrt[27]{a}}} + \left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{8\,a^3}}\right)^7$$

auf seine einfachste Form gebracht werden.

22. Das erste Glied einer geometrischen Reihe beträgt $0{,}2^{-3}$, das letzte $0{,}2^3$; die Summe sämtlicher Glieder beträgt 156,248. Wie groß sind die einzelnen

Glieder? (Die Werte sind in Dezimalbrüchen anzugeben.)

23. Ein Quadrat soll in ein Dreieck verwandelt werden, welches zwei gegebene Höhen hat.

24. Konstruktion eines Rechtecks, dessen Umfang der Länge 2 s und dessen Inhalt dem Inhalte eines über der Seite a errichteten Quadrates gleich ist.

25. Man soll die beim regulären Tetraeder vorkommenden Winkel bestimmen: a) Winkel zwischen 2 Kanten, b) Winkel zwischen 2 Ebenen c) Winkel zwischen Kante und Ebene.

26. Die Entfernung eines leuchtenden Punktes vom Mittelpunkte einer Kugel beträgt das Dreifache des Kugel-Radius. a) Wie groß ist der Winkel des Achsenschnittes des die Kugel treffenden Lichtkegels? b) Wie groß ist der von diesem Kegel getroffene Teil der Kugel im Verhältnis zur Mantelfläche des von der Kugel begrenzten Lichtkegels?

27. (Darst. Geom.) Es sind zwei Parallellinien G und L gegeben und ist ferner ein außerhalb dieser beiden Geraden gelegener Punkt A bekannt. Man soll den Winkel konstruieren, welchen die durch A und G bestimmte Ebene mit der durch A und L bestimmten bildet.

28. Wie kann man mittels einer positiven Elektrizitätsquelle einen isolierten Konduktor a) positiv, b) negativ laden?

29. Wie wirkt der Blitzableiter? Durch welchen einfachen Versuch läßt sich die Wirkung desselben erläutern?

30. Vor einem kugelförmigen Hohlspiegel ist ein geradliniger Gegenstand so aufgestellt, daß er senkrecht auf dem durch seine Mitte gehenden Hauptstrahl steht. Die Entfernung dieser Mitte vom Spiegel ist gleich dem

dreifachen Radius des Spiegels. Man soll den Ort, die Lage und Größe des Bildes bestimmen.

31. Zusammensetzung, Darstellungs- und Wirkungsweise des Chlorkalks.

32. Erklärung der chemischen Vorgänge bei der fabrikmäßigen Darstellung von Alkohol und Essigsäure.

1872. 33. Vereinfache die folgenden Ausdrücke:

$$\frac{5\sqrt{28} + 6\sqrt{40}}{5\sqrt{7} + 6\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[6]{108}} - \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt{\frac{2}{\sqrt[3]{2}}}}$$

$$- \frac{\sqrt[3]{\sqrt{12} - 2}\,.\,\sqrt[3]{\sqrt{12} + 2}}{\sqrt[3]{7 + \sqrt{22}}\,.\,\sqrt[3]{7 - \sqrt{22}}}$$

34. Welches ist der Wert von x in folgender Gleichung:

$$\frac{a^2 \,.\, n}{a - x} = a\,n + \frac{n}{x - \frac{1}{a}}$$

35. In wie viel Jahren wird eine $3^1/_2$ prozentige Anleihe getilgt sein, wenn 6 Prozent des ursprünglichen Kapitals jährlich zur Zinszahlung und Tilgung bestimmt und Zinseszinsen in Rechnung gezogen werden?

36. Wenn zwei Ecken eines gleichseitigen Dreiecks auf beiden Schenkeln eines Winkels von 120^0 liegen, so wird dieser Winkel durch die von seinem Schenkel nach der dritten Ecke gehenden Geraden halbiert. (Beweis hiezu.)

37. (Alg. geom.) Die Summe der beiden Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks ist = s, das Rechteck aus

den Katheten ist gleich der Differenz der Quadrate der Katheten; man soll die Seiten durch Rechnung bestimmen und eine Konstruktion der Aufgabe angeben.

38. In einem dreiseitigen Prisma bildet eine Seitenkante s mit 2 anstoßenden Grundkanten, deren Längen a = 3,45 m, b = 5,43 m sind, die Winkel 56° 47′ (zwischen s und a) und 75° 4′ 12″ (zwischen s und b); die in s sich schneidenden Mantelflächen bilden einen Winkel von 130° 44′ 16″. Wie groß ist die Fläche des auf den Seitenkanten senkrecht stehenden Querschnitts?

39. Bei einem parallel abgestutzten Kreiskegel ist der Durchmesser der kleinen Grundfläche = 1 m 4 cm; dieser Durchmesser verhält sich zur Mantellinie und zum großen Durchmesser wie 2 : 3 : 4; wie groß ist der Durchmesser einer Kugel, welche denselben Kubikinhalt wie dieser Kegelstumpf hat?

40. (Darst. Geom.) Von den drei Kantenwinkeln eines Dreikants beträgt der eine 45°, ein anderer 120° und der dritte 135°. Es ist anzugeben, warum aus diesen Stücken ein Dreikant hergestellt werden kann, und sind sodann die Flächenwinkel desselben zu konstruieren.

41. Ein Eisenbahnwagen von 100 Zentner Gewicht kommt am Fuße einer schiefen Ebene von 1° Steigung mit einer Geschwindigkeit von 10 m an; wie lange würde es dauern, bis er längs der schiefen Ebene aufwärts laufend, durch die Steigung allein zur Ruhe kommt? Welchen Weg würde er in dieser Zeit zurücklegen?

42. Welches ist der leitende Gedanke bei Einrichtung der sogenannten konstanten galvanischen Elemente; und wie kommt derselbe bei den dem Schüler bekannten Einrichtungen von Elementen zur Ausführung?

43. Beschreibung eines galvanoplastischen Apparates und des Vorganges in demselben.

44. In welchen Formen kommt der Kohlenstoff in der Natur und im Handel vor, und in welcher Weise findet er zur Gewinnung der unedlen Metalle Verwendung?

1873. 45. Der nachfolgende Ausdruck soll möglichst vereinfacht werden:

$$\left[\left(2\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt[4]{a}}}\right)^2 - \sqrt[5]{\frac{a^3}{\sqrt{a}}} + 3\,a^2\sqrt{a^{-3}}\right]$$

$$\cdot\left[3\,a\sqrt[3]{a^{-2}\sqrt{\frac{1}{a}}} - \sqrt[7]{\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}\right]$$

46. Es soll der numerische Wert von;

$$2{,}013 + \sqrt[7]{0{,}008426}$$

berechnet werden.

47. Welche Werte haben x und y in den beiden neben einander bestehenden Gleichungen:

$$\frac{1+x}{y-1} = 2 \cdot \frac{(m-n)^2 - 2\,n^2}{(m^2 - n^2)\,.\,(y-1)} + 1$$

$$m + n - m\,x = \frac{m\,n}{m+n} - n\,y + \frac{m\,n\,(3\,m+n)}{m^2 - n^2}$$

48. Wenn Parallelogramme in den Winkeln übereinstimmen, so verhalten sich ihre Flächeninhalte wie die Produkte der in einer Ecke zusammenstoßenden Seiten. (Beweis.)

49. (Alg. geom.) Der Umfang eines rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreiecks ist gleich 2 a. Man soll die Seiten des Dreiecks berechnen und hierauf eine Konstruktion der Aufgabe angeben.

50. Eine Kugel von Radius $r = 2,035$ m soll durch eine Ebene derart geschnitten werden, daß die Gesamtoberfläche des kleineren Kugelschnittes gleich der Fläche eines größten Kugelkreises wird. — a) Welche Entfernung hat die Schnittebene vom Kugelmittelpunkte? b) Unter welchem Sehwinkel erscheint vom Mittelpunkt aus der Durchmesser des Schnittkreises?

51. Von einer senkrechten quadratischen Pyramide sei die Höhe $= h$ und die Seite des die Basis bildenden Quadrates $= a$ gegeben; welches sind die Seiten und Winkel der vier Seitenflächen, und wie groß ist die Oberfläche der Pyramide? (Speziell für $h = 5$ und $a = 3$.)

52. (Darst. Geom.) Durch die Halbierungslinie des Winkels zweier Geraden eine auf deren Ebene senkrechte Ebene zu legen.

53. Auf einer schiefen Ebene, deren Neigungswinkel gegen den Horizont 30^0 beträgt, liegt ein 125 kg schwerer Körper, welcher unter Anwendung einer losen Rolle, deren Haken mit ihm verknüpft ist, und deren Zugseile parallel der schiefen Ebene gehen, hinaufgezogen werden soll. Welche Kraft muß am freien Seil der Rolle angewendet werden, und wie stark drückt der Körper auf die schiefe Ebene? (Reibung bleibt unberücksichtigt.)

54. Es soll ein Barometer und das bei Ablesung desselben einzuschlagende Verfahren beschrieben werden. — Ferner soll berechnet werden, wie groß der auf einen Quadratmeter wirkende Luftdruck ist, wenn bei einer Temperatur des Quecksilbers von 22^0 C ein Barometerstand von 745,3 mm beobachtet wird. (Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers 0,00018.)

55. Auf welche Art wird die Salpetersäure dargestellt, und wozu findet sie hauptsächlich Verwendung?

1874. 56. Berechnung des Ausdruckes:

$$\left(\frac{8,435}{5,423}\right)^{-3,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{0,02^{1/5} - (-2,3046)^{-4}}{\sqrt[5]{0,0342^2 - 1,3605^2}}}$$

57. Vereinfachung des Ausdruckes:

$$\frac{(2-3\sqrt{\ })^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}}}{\left(\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{2}}}-\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}}\right)}$$

58. Welche Werte hat x in der folgenden Gleichung:

$$\log(x^2) \cdot \log\sqrt{x} - \log\left(\frac{1}{x}\right) = 2$$

59. Es soll ein Rhombus konstruiert werden, von welchem die Summe und die Differenz der Diagonalen gegeben ist.

60. (Alg. geom.) Ein Quadrat vom Umfang 4 a soll durch Rechnung und nachfolgende Konstruktion in ein Rechteck vom Umfang 8 a verwandelt werden.

61. Wird von einem Würfel jede Ecke durch eine Ebene weggeschnitten, welche durch die drei Halbierungspunkte der in der Ecke zusammenstoßenden Würfelkanten geht, so bleibt ein von 6 Quadraten und 8 regulären Dreiecken begrenzter Körper übrig. Wie groß ist Oberfläche und Inhalt dieses Körpers, wenn die Kante des Würfels 1 dm beträgt?

62. Eine senkrechte Pyramide hat als Basis ein regelmäßiges Zehneck von der Seite $a = 1$ dm und eine Höhe $h = 12$ dm; welches ist ihre Gesamtoberfläche und welches ihr Volumen?

63. (Darst. Geom.) Die Projektionen der Ecken eines Tetraeders sind gegeben; gesucht: die Projektionen

und wahre Größe der von einer Ecke auf die gegenüberliegende Ebene gefällten Senkrechten, sowie die Neigungswinkel dieser Geraden gegen die beiden Grundebenen.

64. Man beobachtet, daß ein Wagen, der sich auf ebener Bahn bewegt, die ersten 10 m in 10 Sekunden, die ersten 20 m in 30 Sekunden zurücklegt. Wie groß ist seine Anfangsgeschwindigkeit und wie groß die konstante Beschleunigung?

65. Es ist eine Luftpumpe zu beschreiben, die Wirkungsweise derselben zu erklären und anzugeben, was man unter schädlichem Raum einer Luftpumpe versteht; sodann ist eine Saug- und Druckpumpe und eine Feuerspritze zu beschreiben und ihre Wirkung zu erklären.

66. Zu welcher Klasse von chemischen Verbindungen zählt das Glas, aus welchen Materialien und auf welche Weise wird dasselbe dargestellt?

1875. 67. Folgender Ausdruck ist zu reduzieren:

$$\frac{\sqrt{4\,a^2 - 8\,a^3}\,[(\sqrt{1 + 2\,a} + 1)^2 - 2\sqrt{1 + 2a} - 2]}{2\,a\sqrt{1 - 4\,a^2}}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \frac{5\,x^2 - 2}{x\sqrt{10} - 2} + \frac{4\,a^2}{\sqrt{1 + 2\,a}}$$

$$+\frac{1}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{\frac{5\,x^2 + 2\,x\sqrt{10} + 2}{2}}$$

68. Eine Gesellschaft hat eine jährliche Ausgabe von 200 fl. zu bestreiten, zu deren Deckung alle Mitglieder gleichmäßig beitragen. Wenn nun in einem Jahre die Zahl der letzteren um 20 geringer geworden und infolge dessen der Beitrag eines jeden um 5 fl. gegen den vorjährigen erhöht worden ist, welches war die Zahl der Mitglieder und die Höhe des Beitrags im Vorjahre?

69. Das 3. Glied einer arithmetischen Progression ist 12, das 7. ist 13; welches ist die Summe der 120 ersten Glieder?

70. Ein Trapez wird parallel zur Basis in n Teile von gleicher Höhe zerschnitten. Es soll nachgewiesen werden, daß diese Teile eine arithmetische Reihe bilden.

71. (Alg. geom.) Die Seiten zweier gegebener Quadrate sind a und b; wie wird durch Rechnung und Konstruktion ein gleichseitiges Dreieck gefunden, dessen Flächeninhalt gleich der Differenz der Flächeninhalte der gegebenen Quadrate ist?

72. Einer Kugel ist ein senkrechter Kreiskegel einbeschrieben, dessen Höhe $^1/_4$ des Kugeldurchmessers beträgt und dessen Inhalt 1 Kubikmeter ist. Wie groß ist Inhalt und Oberfläche der Kugel, und welchen Winkel bildet die Erzeugende des Kegels mit dessen Achse?

73. Ist eine Gerade zwei sich schneidenden Ebenen parallel, so ist sie auch deren Schnittlinie parallel. Beweis?

74. (Darst. Geom.) In einem Dreikant sei eine Seite $= 108^0$ und die beiden anliegenden Winkel beziehungsweise 72^0 und 60^0. Man soll den dritten Winkel und die beiden anderen Seiten desselben bestimmen.

75. Was versteht man unter dem Schwerpunkte einer Fläche und eines Körpers, wie kann der Schwerpunkt einer homogenen Dreiecksfläche, einer Pyramide und eines Kegels durch Rechnung gefunden werden, und wie läßt sich der Schwerpunkt eines Körpers durch Beobachten finden?

76. Es soll die Einrichtung und die Wirkungsweise der Verstärkungsapparate für Elektrizität an der Franklin'schen Tafel oder an der Leydener Flasche erläutert werden. Hiebei ist die Ladung wie die Entladung derartiger Apparate zu berücksichtigen.

77. Was versteht man unter Oxydation und Reduktion, und auf welche Weise können die Metalle oxydiert und die Metalloxyde reduziert werden?

1876. 78. Zu vereinfachen:

$$\frac{(9a+7b)\cdot\sqrt{a^2+ab+b^2}-(3a^2+7ab+5b^2)\cdot\frac{2a+b}{2\sqrt{a^2+ab+b^2}}}{3(a^2+ab+b^2)}$$

$$-\frac{3\left[2+\frac{2a+b}{b\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2+\frac{a}{b}+1}}\right]}{2\left(2\cdot\frac{a}{b}+1+2\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2+\frac{a}{b}+1}\right)}$$

$$-\frac{b\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2+\frac{a}{b}+1}}{a\left(1+\frac{b}{a}+\left(\frac{b}{a}\right)^2\right)^2}$$

79. Es sollen aus folgenden Gleichungen x und y berechnet werden:

$$2\log x+\log y=2{,}4;\ \tfrac{1}{3}\log x-\tfrac{1}{2}\log y=\log 0{,}024.$$

80. Zieht man in einem beliebigen Trapeze die Diagonalen, so entstehen 8 Dreiecke; wie verhält sich die Fläche des einen Dreiecks zu den Flächeninhalten aller übrigen Dreiecke, wenn sich die parallelen Seiten des Trapezes wie 2 : 3 verhalten? (Jede Verhältniszahl ist zu begründen.)

81. (Alg.-geom.) Von einem gegebenen Quadrate a^2 werden die vier Ecken derart abgeschnitten, daß ein reguläres Achteck übrig bleibt. Es ist die Seite des letzteren zu berechnen und sodann zu konstruieren.

82. Das Volumen eines geraden Kreiskegels beträgt 1460 cbm, die Fläche des der Basis eingeschriebenen

regulären 17-Ecks 125 qm; wie groß ist die Höhe des Kegels?

83. Eine senkrechte Pyramide hat als Basis ein Quadrat, dessen Seite dreimal kleiner ist, als die Höhe der Pyramide; wie groß sind die Winkel der Seitenkanten mit der Achse und der Seitenebenen mit der Grundebene?

84. (Darst. Geom.) Drei parallele Gerade sollen durch eine zu ihnen senkrechte Ebene geschnitten, und soll die wahre Gestalt des Dreiecks ermittel werden, welches die drei Schnittpunkte verbindet, sowie auch der Neigungswinkel, welche die schneidende Ebene mit der horizontalen Tafel bildet.

85. Wie ist die einfachste Einrichtung eines zusammengesetzten Mikroskopes, welche Stellung müssen die Linsen desselben haben, und auf welche Weise bringen sie die Vergrößerung hervor?

86. Es soll in Worten und Zeichen ein genauer Ausdruck des Mariotte'schen Gesetzes gegeben werden, und es sollen Versuche beschrieben werden, welche zum Beweise dieses Gesetzes a) für den Fall der Luftverdichtung, b) für den Fall der Luftverdünnung dienen können.

87. Was ist Gips? zu welcher Klasse chemischer Verbindung zählt er? welches ist seine chemische Formel, welches seine vorzüglichste Eigenschaft, und wozu wird er verwendet?

1877. 88. Welchen Wert hat x in der Gleichung:

$$\frac{\sqrt{2x+7}}{8} = \frac{\frac{1}{8} - (2 - \sqrt{2x+7})}{\left[(\sqrt{x+11} + \sqrt{4-x}) \cdot (\sqrt{x+11} - \sqrt{4-x})\right]^{\frac{1}{2}}}$$

89. Das r te Glied einer arithmetischen Progression ist = p, das s te ist = q; welches ist ihr n tes Glied und welches die Summe der n ersten Glieder; insbesondere sei r = 3, s = 11, p = 20, q = 50, n = 101.

90. Es sind zwei beliebige Parallelogramme gegeben; ein Quadrat zu konstruieren, dessen Flächeninhalt gleich der Summe der Flächeninhalte der beiden gegebenen Figuren ist.

91. (Alg.-geom.) Aus einem Punkte A, der vom Mittelpunkte eines gegebenen Kreises mit dem Radius r = 4 cm einen Abstand von d = 5 cm hat, ist an den Kreis einer Sekante zu ziehen, so zwar, daß das von der Kreisperipherie abgeschnittene Stück der Sekante gleich a = 3 cm wird. Berechnung und Konstruktion.

92. Die Oberfläche einer Kugel ist durch einen Kreis so geteilt, daß die Teile sich verhalten wie 1 : 3. Wie groß ist der Winkel, unter welchem der Radius des Kreises vom Kugelmittelpunkt aus erscheint? Ist r der Radius des Kreises, wie groß ist alsdann der Radius der Kugel?

93. Ein gewöhnlicher Kegel, dessen Mantellinie mit der Basis den Winkel $64\frac{1}{4}^0$ bildet, wird parallel zur Grundfläche so in zwei Teile zerschnitten, daß der Radius des kleinen Kreises gleich der Mantellinie des Kegelstumpfes wird. Welches geometrische Verhältnis geben die Kubikinhalte beider Teile?

94. (Darst. Geom.) Von einem Würfel befindet sich eine Grundfläche in der horizontalen Tafel (der ersten Tafel), während keine Seitenfläche der vertikalen Tafel (der zweiten Tafel) parallel ist. Es soll durch eine Ebene senkrecht zu einer Diagonale des Würfels eine Ecke desselben abgeschnitten und die wahre Gestalt der Schnitt-

figur ermittelt werden; endlich soll der Neigungswinkel bestimmt werden, welchen die Schnittebene mit der vertikalen Tafel einschließt.

95. Alaun löst sich zwar in Wasser, nicht aber in Petroleum. Es soll irgend eine praktisch ausführbare Methode, das spezifische Gewicht des Alauns zu bestimmen, beschrieben und durch angenommene Zahlen erläutert werden.

96. Es ist ein Quecksilber-, Weingeist und Metall-Thermometer zu beschreiben, die Anfertigung ihrer Skalen und die etwaigen Vor- und Nachtheile jedes der Thermometer anzugeben.

97. Wie wird die schweflige Säure dargestellt? welche Eigenschaften hat dieselbe, und welche Anwendung findet sie?

1878. 98. Vereinfache den folgenden Ausdruck:

$$\frac{a-b}{b^2}\left[\sqrt{a-b} - a^2\,(a^3 - a^2b)^{-\frac{1}{2}}\right] + \frac{1}{\sqrt{\sqrt{ab^4}+\sqrt{b^5}}} : \frac{\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{a}$$

99. Jemand stiftet ein zu $4^1/_2$ % angelegtes Kapital von 6000 ℳ unter der Bedingung, daß die Zinsen und Zinseszinsen desselben solange admassiert werden sollen, bis aus dem jährlichen Zinsertrage 3 Stipendien à 165 ℳ verteilt werden können. Nach wie viel Jahren wird dieses möglich sein?

100. Ein im übrigen völlig beliebiges Viereck habe die Eigenschaft, daß seine Diagonalen aufeinander senkrecht stehen. Man soll

1) beweisen, daß man die vier Ecken eines recht-

winkeligen Parallelogramms erhält, wenn man jede der vier Seiten des Vierecks halbiert, und

2) berechnen, wie groß Flächeninhalt und Umfang dieses Parallelogramms sind, wenn man weiß, daß im ursprünglichen Viereck die eine Diagonale (d_1) 24,36 und die andere (d_2) 18,48 Meter beträgt.

101. (Alg. geom.) Ein Rechteck mit den Seiten a und b soll in ein gleichseitiges Dreieck verwandelt werden. — Berechnung und Konstruktion.

102. In eine Kugel vom Radius R ist ein Cylinder einbeschrieben, dessen Grundfläche als Durchmesser den Kugelradius hat; wie groß ist der Kubikinhalt desjenigen Körpers, welcher durch den Cylinder und die an seiner Grund- und Deckfläche liegenden Kugelabschnitte gebildet wird?

103. Ein Dreieck A B C, dessen Flächeninhalt 45,0368 Quadratmeter beträgt, liege so, daß die Ecken A und B einer Ebene E angehören, während sich die dritte Ecke C außerhalb dieser Ebene befindet. Unter welchem Winkel muß die Ebene des Dreiecks gegen die Ebene E geneigt sein, damit ABC sich auf E als ein Dreieck A B c von der Größe 20,6942 Quadratmeter projiciere?

104. (Darst. Geom.) Man zeichne die beiden Risse eines ebenen Vierecks, welches nicht in einer ersten oder zweiten Lotebene liegt, und ermittle sodann die wahre Gestalt des Vierecks. Schließlich gebe man irgend eine Probe für die Richtigkeit der Konstruktion.

105. Das Chlor. Vorkommen, Gewinnung und Eigenschaften. Uebersichtliche Darstellung und kurze Charakteristik der wichtigsten Chlormetalle. Wie viel Kochsalz ist zur Erzeugung von 10 Liter Chlorgas bei normalen Druck- und Temperaturverhältnissen erforderlich?

1879. 106. Folgender Ausdruck ist möglichst zu vereinfachen:

$$\frac{\sqrt{a^2 + b + 2a\sqrt{b}\,.\,(a - \sqrt{b})}}{ab - \frac{b^2}{a}} - \frac{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}$$

$$+ \frac{a\,b^{0,75}}{\sqrt[4]{b^7\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)^{-2}}}$$

107. Aus folgenden Gleichungen x und y zu bestimmen:

$$^1/_2 \log x + 2 = \log y$$
$$\sqrt{y - x} = 14$$

108. Ein gleichseitiges Dreieck soll in fünf gleiche geteilt werden, so daß die Teilungslinien von seinem Schwerpunkt auslaufen. Der Beweis für die Richtigkeit der Konstruktion ist beizufügen.

109. (Alg.-geom.) Ein Rechteck aus der Differenz d zweier Seiten und dem Halbmesser r des umbeschriebenen Kreises zu berechnen und zu konstruieren.

110. Einem Kreise vom Halbmesser r ist ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben. Wenn der Kreis um einen auf der Dreiecksseite senkrecht stehenden Durchmesser gedreht wird, so beschreibt das Dreieck einen Kegel. Man soll nun den Kubikinhalt und die Gesamtoberfläche dieses Kegels, sowie auch den Kubikinhalt und den Mantel der beiden Kugelsegmente, deren gemeinschaftliche Grundfläche die Basis des Kegels ist, berechnen.

111. In einen Kreis ist ein Trapez beschrieben, dessen parallele Seiten a = 24,15 m und b = 16,45 m sind; der an der größeren Seite a liegende Winkel beträgt 75° 37′ 54″; es soll die Größe der nicht paral-

lelen Seiten und der Inhalt des Trapezes bestimmt werden.

112. (Darst. Geom.) Ein dreiseitiges, schiefes Prisma steht mit seiner Grundfläche auf der horizontalen Projektionsebene; man soll dasselbe durch eine zu den Seitenkanten senkrechte, durch die Mitte einer derselben gehende Ebene schneiden und die Projektionen sowie die wahre Größe der Schnittfläche bestimmen.

113. In welchen Verbindungen kommt das Eisen vor, und welche sind für die Gewinnung desselben wichtig; welche Eisenarten unterscheiden wir, welche Eigenschaften kommen ihnen zu, und durch welche Prozesse werden sie gewonnen?

1880. 114. Von einer geometrischen Reihe ist 1 das erste und $-\frac{1}{2}$ das vierte Glied. Welche Zahl erhält man, wenn man die ersten 100 Glieder addiert?

115. Welchen andern Wert kann man für a in dem Quotienten:

$$\frac{a^2 - 2a + 3}{2a + 1}$$

einsetzen, ohne daß sich der Wert desselben ändert?

116. Sucht man in einem regelmäßigen Fünfeck den Schnittpunkt der ersten und dritten, dann der zweiten und vierten, der dritten und fünften, der vierten und ersten, endlich der fünften und zweiten Seite, so sind diese fünf Punkte die Ecken eines zweiten regelmäßigen Fünfecks. Beweis!

117. (Alg.-geom.) Gegeben ist ein Kreis und in ihm ein Punkt P durch seine Entfernung vom Kreismittelpunkt. Man soll durch P zwei auf einander senkrecht stehende Sehnen so ziehen, daß die eine gleich der Hälfte der anderen ist! (Zur Ausführung der Kon-

struktion soll der Kreisradius = 70 mm und die Entfernung des Punktes P vom Kreismittelpunkt = 65 mm angenommen werden.)

118. Ein gleichseitiger Kegel mit der Seite a soll durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche so zerlegt werden, daß beide Körper gleiche Oberflächen haben. Wie groß ist die Seite des abgeschnittenen Kegels zu nehmen, und in welchem Verhältnisse steht der Kubikinhalt des gegebenen Kegels zu dem der beiden Teile?

119. Die Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks ist a = 24,583 cm und der Basiswinkel B = 36° 19′24″. Die Basis ist nach beiden Seiten um den Schenkel verlängert und die Endpunkte sind mit der Spitze verbunden. Wie groß sind die Seiten des neu entstandenen Dreiecks?

120. (Darst. Geom.) Von einem Dreieck kennt man den ersten Riß a_1 b_1 c_1 und die Spuren seiner Ebene; es soll der zweite Riß und die wahre Größe desselben bestimmt werden.

121. Welches ist die einfachste Einrichtung eines astronomischen Fernrohres; welche Stellung müssen die Linsen desselben haben, und in welcher Weise bringen sie die Vergrößerung hervor?

1881. 122. Zur Deckung dereinstiger Studienkosten werden für einen Sohn a Mark zu p % n Jahre lang auf Zinsen gelegt und letztere jährlich kapitalisiert. Nach Ablauf dieser Zeit beginnt voraussichtlich der Bezug der Hochschule und werden für die Studienzeit jährlich b Mark berechnet und bei Beginn eines jeden Jahres entnommen. Wenn nun nach vollendeten Studien noch b Mark übrig bleiben sollen, auf wie viel Jahre wird der Besuch der Hochschule in Anschlag gebracht?

(Nach vorausgehender allgemeiner Lösung als Zahlenbeispiel: a = 3750 Mark; b = 1200 Mark; p = 4%; n = 10 Jahre.)

123. Aus folgenden Gleichungen sind die Werte für x und y zu bestimmen:

$$\text{I)}\ \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = 10. \qquad \text{II)}\ \sqrt{x\,y} = 16.$$

124. Ein Rhombus soll in ein gleichseitiges Dreieck verwandelt und dieses von der Mitte einer Seite aus in drei unter sich gleiche Teile zerlegt werden.

125. (Alg.-geom.) Die Höhen eines gleichschenkligen Dreiecks sind bekannt; Grundlinie und Schenkel hieraus zu konstruiren.

126. Der Parallelkreis, nach welchem eine in einen gleichseitigen Kegel beschriebene Kugel die Mantelfläche des Kegels berührt, hat f qcm Inhalt. Es sollen hieraus der Rauminhalt der Kugel, sowie die Mantelfläche des Kegels berechnet werden.

(Nach der allgemeinen Lösung als Zahlenbeispiel f = 3625 qcm)

127. In einen Kreis mit dem Radius r = 1,5428 ist ein Dreieck mit den Seiten a = 0,8432 und b = 2,9754 beschrieben. Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks?

128. (Darst. Geom.) Die quadratische Grundfläche, sowie zwei zusammenstoßende Seitenflächen einer senkrechten, zur Grundfläche schief abgestumpften Pyramide sind gegeben.

Es sollen 1) die beiden Risse, 2) die wirkliche Gestalt der Deckfläche, 3) die Winkel der Grundfläche mit einer Seitenfläche und 4) der Winkel zweier Seitenflächen angegeben werden.

129. Welche Verbindungen nennt man Alaune, von welcher Zusammensetzung und mit welchen gemeinsamen Eigenschaften kennen wir dieselben, aus welchen Roh-

produkten und wie wird der gewöhnliche Alaun technisch hergestellt?

1882. 130. Welches ist der Wert von x in folgender Gleichung:

$$1{,}25 \,.\, 1{,}05^{40} + 1{,}05^{x} = 5 \,.\, 1{,}05^{40-x} - 4.$$

131. Die Summe der Radien zweier ungleicher Kreise ist kleiner als die Zentrallinie. Konstruktion der diesen Kreisen gemeinschaftlichen Tangenten.

132. (Alg.-geom.) In ein gleichseitiges Dreieck mit der Seite a soll ein Rechteck eingeschrieben werden, dessen Inhalt gleich dem 3. Teile vom Inhalte des Dreiecks ist.

133. Eine Kugel mit dem Radius r soll durch einen ebenen Schnitt so zerlegt werden, daß das kleinere der beiden Segmente denselben Kubikinhalt habe als ein Kegel, der zur Basis den Kugelschnitt hat, und dessen Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt. In welcher Entfernung vom Kugel-Mittelpunkt ist der Schnitt zu führen?

134. Ueber derselben kreisförmigen Grundfläche erheben sich zwei gerade Kegel. Die Seitenlinie des einen Kegels ist gegen die Grundfläche unter einem Winkel $\alpha = 65^0\ 0'\ 24''$, die des andern unter dem Winkel $\beta = 27^0\ 52'\ 36''$ geneigt. Wie groß ist der Radius der Grundfläche, wenn der Inhalt des zwischen beiden Kegelmänteln liegenden Raumes $v = 0{,}38025$ cbm ist? (Der numerischen Berechnung soll eine allgemeine Lösung der Aufgabe vorangehen.)

135. (Darst. Geom.) Von einer dreiseitigen Pyramide ist die Höhe von der Länge h, sowie die zu keiner der Tafeln parallele Grundfläche durch ihre beiden Projektionen gegeben. Der Fußpunkt der Höhe sei der Mittelpunkt des der Grundfläche umschriebenen Kreises.

Es sind die beiden Projektionen der Pyramide herzustellen.

136. Auf welcher Wirkung des elektrischen Stromes beruht der Morse'sche Schreibtelegraph und welches ist im wesentlichen seine Einrichtung?

137. Welche Temperatur muß atmosphärische Luft haben, wenn ein Liter derselben (bei 760 mm Barometerstand) 1 Gramm wiegen soll? (Spezifisches Gewicht der Luft bei 760 mm Barometerstand und 0^0 Celsius $= 0{,}0013$; Ausdehnungs-Coeffizient für 1^0 Celsius $= 0{,}00366$.)

1883. 138. Vereinfache folgenden Ausdruck:

$$\frac{\left(\frac{a^2}{4\,b^2} - \frac{b}{0{,}5\,a}\right)\left(\frac{1}{3\,b} + \frac{2}{3\,a}\right)}{\frac{0{,}25\,a}{3\,a\,b^3} - \frac{0{,}5}{1{,}5\,a^2 b}}$$

$$- \sqrt[3]{8^{1-\frac{1}{x}}\left(\frac{2\,a^{x+3}\,.\,a}{a^{4-x}}\right)^{\frac{3}{x}}}$$

$$- \frac{\sqrt[4]{24\,a^3}\,.\,\sqrt{3\,a\left(b\sqrt[3]{b}\right)^2}}{\sqrt{3\,b^{\frac{2}{3}}\sqrt{1\tfrac{1}{2}\,a}}}$$

139. A kauft 25 m Stoff der einen und 36 m der anderen Sorte zusammen für 147 ℳ. Wie teuer ist 1 m jeder Sorte?

140. Es soll ein Dreieck konstruiert werden, von welchem eine Seite, der ihr gegenüberliegende Winkel und das Verhältnis, in welchem diese Seite von der Halbierungslinie dieses Winkels geteilt wird, bekannt sind.

141. Wie groß ist der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete = a, und in welchem die Höhe auf die Hypotenuse = h ist?

142. (Alg.-geom.) Von einem Punkte, welcher von dem Mittelpunkte eines gegebenen Kreises um dessen Durchmesser entfernt ist, soll eine Sekante an diesen konstruirt werden, welche die Eigenschaft besitzt, daß das aus ihr und ihrem äußeren Abschnitt konstruierte Rechteck den doppelten Umfang besitzt, wie das in den Kreis eingeschriebene gleichseitige Dreieck.

143. Ein Kessel besteht aus einem abgestutzten Kegel, dessen Durchmesser oben 96 cm, unten 74 cm und dessen Seite 39 cm lang ist; als Boden ist eine Kugelhaube angesetzt, so daß die Seitenlinie des Kegels eine Tangente dieser Kugelhaube ist. Wie groß ist die Oberfläche und der Inhalt dieses Kessels?

144. In einem Trapeze ist eine der beiden parallelen Seiten = a und die an dieser Seite anliegenden Winkel sind α und β. Wie groß ist die andere parallele Seite, wenn sie von der ersten den Abstand h hat. Dieselbe ist nach der allgemeinen Lösung zu berechnen für die Werte: $a = 3{,}045$ $\alpha = 59^0\ 17'\ 21'$ $\beta = 37^0\ 48'\ 32''$ $h = 1{,}487$.

145. (Darst. Geom.) Gegeben ist eine Ebene durch 3 Punkte a b c und ein Punkt d außerhalb derselben. Man soll von d eine Senkrechte auf die Ebene fällen, die wirkliche Größe dieses Abstandes sowie den Winkel bestimmen, den die Gerade a d mit der Ebene a b c bildet.

146. Wie wird der Phosphor dargestellt, und welche Eigenschaften zeigt er in seinen allotropen Modifikationen?

147. Welches Erz ist das Material zur Gewinnung des Bleis, und wie erfolgt dieselbe?

1884. 148. Die Summe der zwei ersten Glieder einer arithmetischen Progression ist 11, die Summe der Quadratwurzeln aus dem ersten und dem fünften Gliede ist 6. Wie heißt das erste Glied, wie die Differenz, und welches ist die Summe der n ersten Glieder?

149. Jemand will eine Schuld von 8648 Mark dadurch tilgen, daß er 10 Jahre hindurch am Ende jeden Jahres die gleiche Summe zahlt; wie groß muß diese Summe sein, wenn 4 % Zinseszinsen gerechnet werden?

150. Man soll ein gegebenes Viereck in ein rechtwinkliges Dreieck verwandeln, dessen Katheten sich verhalten wie 1 : 3.

151. Aus dem einen Endpunkte B des Durchmessers eines gegebenen Kreises ist eine Tangente BC gezogen; von dem andern Endpunkte A desselben ist eine Sekante AC so zu ziehen, daß das zwischen dem Kreise und der Tangente enthaltene Stück CD eine gegebene Länge a habe.

152. Das Volumen eines geraden Kegelstumpfes, welcher einer Kugel vom Radius r umschrieben ist, soll berechnet werden, wenn man außerdem noch weiß, daß die kleinere Grundfläche des Kegelstumpfes gleich der Hälfte der größeren ist. $r = 5.348$ dm.

153. Von einem Dreiecke ABC kennt man die Basis $AC = 12{,}754$ m und die beiden Winkel $A = 32^0\ 45'\ 20''$, $C = 107^0\ 32'\ 16''$. Man berechne die zu AC gehörige Höhe des Dreiecks.

154. Es ist eine Ebene, welche zu keiner der 2 Tafeln senkrecht steht, durch die 2 sich schneidenden Geraden A und B gegeben. Man kennt ferner die ersten Risse von zwei Punkten a und b dieser Ebene. Man errichte über der Strecke a b in der gegebenen Ebene ein gleichseitiges Dreieck.

155. Welche Stoffe werden als Bleichmittel vorzugsweise angewendet, wie werden dieselben dargestellt.

und auf welche chemischen Prozesse ist ihre bleichende Wirkung zurückzuführen?

1885. 156. I. Bestimme den Wert von x aus der Gleichung:

$$\log\sqrt{9x+1} + \frac{1}{2}\log(7x-13) = 1+\log 8.$$

157. II. In einer geometrischen Reihe beträgt das Produkt aus dem ersten und vierten Glied — $7^{11}/_{27}$, ihre Sume + $3^{14}/_{27}$; wie groß ist das erste Glied, der Quotient und die Summe der vier ersten Glieder der Reihe?

158. Ein Dreieck A B C ist gegeben; es ist dasselbe unter Beibehaltung des Winkels A in ein anderes zu verwandeln, in welchem die Grundlinie A B über B hinaus um eine Strecke B L = m größer ist; dieses so entstandene Dreieck ist hernach mit Beibehaltung der Grundlinie A L in ein anderes Dreieck zu verwandeln, in welchem die beiden andern Seiten das Verhältnis 3 : 1 haben. (m = 2 cm).

159. Zieht man in einem Rechtecke mit den Seiten a und b durch eine Ecke eine Gerade, so trifft diese die beiden andern Rechtecksseiten und zwar eine davon in deren Verlängerung. Diese Gerade soll nun so bestimmt werden, daß das außerhalb des Rechtecks entstandene Dreieck dem halben Rechteck gleich ist.

160. In eine Kugel vom Radius r ist ein Cylinder eingeschrieben, dessen Deckflächen zusammen denselben Inhalt besitzen wie die durch sie abgegrenzte Kugelzone. Man sucht den Kubikinhalt und die Begrenzungsfläche des nach der Entfernung des Cylinders und der beiden Kugelsegmente noch übrig bleibenden Körpers Spezialfall: r = 1 m.; Berechnung auf mm genau.

161. Ein Kreis vom Radius r erscheint von einem auf der Verlängerung eines Durchmessers gelegenen Punkt aus unter dem Winkel a. In welcher Höhe, senkrecht

zum Durchmesser, über diesem Punkt wird der Kreis unter dem Winkel b erscheinen?

Spezialfall: $r = 2$ dm 5 mm,

$a = 1^0\ 52'\ 47{,}5''$,

$b = \frac{a}{2}$

162. Von einer dreiseitigen Pyramide ist die in der ersten (horizontalen Tafel liegende Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck. Eine der Seitenkanten, doppelt so groß als die Grundkante, bildet mit den anstoßenden Grundkanten die Winkel von 45^0 und 60^0.

Man soll 1) die Pyramide konstruieren, 2) durch die Mitte der gegebenen Seitenkante eine Ebene senkrecht zu dieser legen, 3) die Projektion der Schnittfigur und ihre wirkliche Größe suchen und 4) die Mantelfläche entwickeln.

163. Beschreibung der gleicharmigen Wage. Wie muß dieselbe beschaffen sein, damit sie genau und empfindlich ist?

1886. 164. Bei dem Verkaufe eines Landgutes finden sich drei Käufer ein. Der erste bietet 50000 M. bar, der zweite 25000 M. bar, und 32000 M. nach 5 Jahren, der dritte zehn halbjährige Zahlungen von je 5500 M., die erste sechs Monate nach dem Verkaufsabschluß. Welches Angebot war für den Verkäufer das vorteilhafteste? (Zinsfuß $4^1/_2\%$.)

165. Aus der Gleichung

$$x^4 \sqrt[3]{x} + 16\, x^{\frac{5}{3}} = 17 x^3$$

sollen die Werte von x bestimmt werden.

166. In einem Dreieck ist eine Seite um ihr eigene Größe verlängert. Verbindet man den Endpunkt dieser Verlängerung mit der Mitte der zweiten Seite, so geht diese Verbindungslinie durch das Drittel der dritten

Seite, und verbindet man denselben Endpunkt der Verlängerung mit der Mitte der dritten Seite, so geht diese Verbindungslinie durch das Drittel der zweiten Seite.

Man beweise beide Sätze!

167. Ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Katheten a und b soll parallel zu einer Kathete so geteilt werden, daß das dadurch entstandene Paralleltrapez die mittlere geometrische Proportionale zu dem abgeschnittenen Dreieck und dem ganzen bildet.

168. Um eine Kugel vom Radius r ist ein Kegel, dessen Höhe gleich dem Durchmesser der Basis ist, so gelegt, daß seine Mantelfläche und seine Basis die Kugel berühren; zudem ist der Kegel abgestutzt durch eine Ebene, welche der Basis parallel ist und die Kugel berührt. Man berechne Mantelfläche und Kubikinhalt des abgestutzten Kegels!

169. Von einem stumpfwinkligen Dreieck ABC ist gegeben der stumpfe Winkel a bei A, der Winkel b bei B und die Höhe h von C aus. Man soll den Flächeninhalt des Dreiecks a) allgemein, b) speziell dafür bestimmen, daß $a = 120^0$, $b = 15^0$ und $h = 1$ m; und zwar ohne Benützung der Logarithmentafeln.

170. Gegeben eine Ebene durch die Risse dreier Punkte und ein Riß einer in ihr liegenden Geraden. Man soll den anderen Riß dieser Geraden bestimmen, durch diese Gerade eine Ebene legen, welche zur gegebenen Ebene senkrecht steht, und den Winkel suchen, welchen die gefundene Ebene mit einer Tafel bildet.

171. 1. Wie lassen sich Metalloxyde bilden? Man erläutere die einzelnen Methoden durch praktische Beispiele.

172. Wie wird in allgemein üblicher Weise Aethyläther (Schwefeläther) dargestellt? Welche chemischen Prozesse finden bei dieser Aetherbildung statt und welche Eigenschaften besitzt das gewonnene Produkt?

1887. 173. (Alg.) Jemand übergibt einer Sparkasse 300 ℳ und schlägt die jährlich anfallenden Zinsen à $2^1/_2$ % zum Kapital. Am Anfange des 7. Jahres nimmt er 90 ℳ davon weg; 4 Jahre später aber möchte er wieder so viel hinzufügen, daß die nach abermals 10 Jahren sich ergebende Endsumme eben so groß sei, als wenn das ursprüngliche Anlagekapital sich inzwischen gar nicht geändert hätte. Wie viel beträgt jener Zuschuß?

174. (Alg.) 4 Zahlen bilden eine geometrische Reihe. Die Logarithmen derselben, nach der Basis 2 genommen, bilden eine arithmetische Reihe mit der Differenz = 1 und der Summe = 22. Berechne die 4 Zahlen.

175. (Plan.) Ein gegebenes Viereck ABCD, in welchem keine Seite einer anderen parallel ist, soll in ein Parallelogramm verwandelt werden, welches den Winkel A des Viereckes enthält. Das entstandene Parallelogramm ist schließlich durch zwei gerade Linien, welche von der Ecke A ausgehen, in drei gleiche Teile zu teilen.

(Konstruktion und Beweis.)

176. (Alg.-geom.) Eine gegebene Gerade s = 150 mm so in drei ungleiche Teile zu teilen, daß dieselben die drei Seiten eines Dreiecks mit den Winkeln 30^0, 60^0 und 90^0 vorstellen.

177. (Ster.) Der Mantel eines geraden Kegels, dessen Mantellinie gleich m und dessen Basisradius gleich r ist, soll durch eine zur Basis parallele Ebene halbiert werden. Wie wird durch diese Ebene die Mantellinie geteilt, und welches ist das geometrische Verhältnis der Kubikinhalte der beiden Kegelstücke unter sich und zum Kubikinhalt des ganzen Kegels?

178. (Trig.) Von einem gleichschenkeligen Dreieck ist die Grundlinie b und der Winkel β an der Spitze gegeben; man soll seinen Inhalt und den Radius des ihm umschriebenen Kreises berechnen.

Zahlenbeispiel: $b = 4{,}754$ m
$\beta = 28^0 45' 48''$.

179. (Darst. Geom.) Eine schiefe dreiseitige Pyramide liegt mit ihrer Grundfläche in der ersten Tafel, während die Spitze in die zweite Tafel fällt und mit dem Schwerpunkte der Basis verbunden ist. Durch eine zu dieser Verbindungslinie senkrechte Ebene soll nun die Pyramide geschnitten und die wahre Größe sowie der erste und zweite Riß der Schnittfigur gezeichnet werden.

180. (Phys.) Auf einer schiefen Ebene von der Steigung 1:50 soll eine Last von 250 Ztr. $1^1/_2$ km weit emporgeschafft werden. Welche Arbeit ist dabei zu leisten 1) ohne Rücksicht auf die Reibung; 2) wenn die Reibung $^1/_{200}$ des Druckes der Last auf die schiefe Ebene beträgt?

181. (Chem.) Welches sind die wichtigsten Zinkerze; wie gewinnt man aus denselben das metallische Zink? Welche Eigenschaften und hauptsächlichsten Verwendungen hat dasselbe?

Ducrue, Joseph

Die Absolutorialaufgaben in Bayern

Bd.: 1

Würzburg 1887